

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 4

Suites arithmétiques et
suites géométriques

Le 11 janvier 2008

Exercice 1

1) Comme la consommation mensuelle de café de Mme Toffe est passée de 3 kg à 5,5 kg en 5 ans, et que $u_0 = 3$ est la consommation de départ, alors $u_5 = 5,5$.

2) Sachant que la consommation a suivi une progression arithmétique de raison r , alors pour tout entier naturel n , $u_n = u_0 + (n-0) \times r = 3 + nr$.

3) $\frac{5,5-3}{5} = \frac{2,5}{5} = 0,5$. Par conséquent, **l'augmentation de consommation mensuelle chaque année est égale à 0,5 kg**. On en déduit que **la raison r de la suite (u_n) est égale à 0,5**.

4) On est amené à calculer u_8 . D'après les questions 2) et 3), on obtient :

$$u_8 = 3 + 8 \times 0,5 = 7.$$

La consommation mensuelle de café de Mme Toffe au bout de huit ans sera de 8 kg.

Exercice 2

1) Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 4,5 % est égal à :

$$1 + \frac{4,5}{100} = 1,045.$$

Alors : $p_1 = 10 \times 1,045 = 10,45$ et $p_2 = 10,45 \times 1,045 = 10,92025$.

2) a) D'après l'énoncé, on peut écrire que, pour tout entier naturel n , $p_{n+1} = p_n \times 1,045$.

On en déduit que **la suite (p_n) est une suite géométrique de premier terme $p_0 = 10$ et de raison $q = 1,045$** .

b) D'après la question précédente, on a, **pour tout entier naturel n ,**

$$p_n = p_0 \times q^{n-0} = 10 \times (1,045)^n.$$

3) On est amené à chercher p_{10} . Or $p_{10} = 10 \times (1,045)^{10} \approx 15,5$.

Par conséquent, **la population dans 10 ans sera d'environ 15,5 millions**.

4) • Calculons p_{25} : $p_{25} = 10 \times (1,045)^{25} \approx 30,05$. **La population est d'environ 30,05 millions au bout d'une génération.**

• **La population aura alors été multipliée par $(1,045)^{25}$, c'est-à-dire qu'elle a presque été triplée.**