

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 5

Suites arithmétique et géométrique

Le 1 février 2008

Exercice donné au Bac en France, en juin 2007

PARTIE 1 : Étude de l'évolution du nombre d'adhérents

1) Les points du graphique sont alignés, on peut donc dire que la suite (u_n) correspond à une croissance linéaire.

2) a) Comme la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 15, alors

$$u_2 = u_1 + 15 = 225 + 15 = 240.$$

b) Comme la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 15$, alors $u_{n+1} = u_n + r$, c'est-à-dire $u_{n+1} = u_n + 15$, pour tout entier naturel n .

c) Comme (u_n) est une suite arithmétique de raison 15 et de premier terme $u_0 = 210$, alors $u_n = u_0 + nr$, c'est-à-dire $u_n = 210 + 15n$, pour tout entier naturel n .

3) a) La formule qu'on a pu écrire dans la cellule **C4**, en utilisant la cellule **D2**, puis recopier vers le bas jusqu'en **C10**, pour calculer les termes de la suite est : **= C3+\$D\$2**.

b) L'année 2008 correspond au rang 8 ; calculons alors u_8 .

$$\text{D'après la question 2) c), } u_8 = 210 + 15 \times 8 = 330.$$

Par conséquent, **le nombre d'adhérents en 2008 sera de 330 si ce modèle de croissance est valable jusqu'en 2008.**

PARTIE 2 : Prévision d'une étude marketing

1) a) Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 5 % est égal à

$$1 + \frac{5}{100} = 1,05. \text{ Comme le nombre d'adhérents augmentera de 5 \% par an après 2006, alors :}$$

$$v_1 = v_0 \times 1,05 = 300 \times 1,05 = 315 \text{ et } v_2 = v_1 \times 1,05 = 315 \times 1,05 \approx 331.$$

b) Comme $\frac{v_1}{v_0} = \frac{v_2}{v_1} = 1,05$, alors la suite (v_n) correspond à une croissance exponentielle.

c) D'après l'énoncé, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = v_n \times 1,05$.

Par conséquent, (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 300$ et de raison $q = 1,05$.

d) D'après la question précédente, on en déduit que $v_n = v_0 \times q^n$, c'est-à-dire

$$v_n = 300 \times (1,05)^n, \text{ pour tout entier naturel } n.$$

2) La formule qu'on a pu écrire dans la cellule **C3**, puis recopier vers le bas jusqu'en **C8**, pour calculer les termes de la suite est : **= C2*1,05**.

3) Avec ce modèle, il y aurait 402 adhérents en 2012, et il y en a 300 en 2006 (d'après le tableau). Or $\frac{402 - 300}{300} = \frac{102}{300} = \frac{34}{100} = 0,34$.

Par conséquent, **le pourcentage d'augmentation du nombre d'adhérents entre 2006 et 2012, serait de 34 %.**