

INTERROGATION N° 1

Suites arithmétiques

Le 30 novembre 2007

Partie d'un exercice donné en juin 2005 en Asie

				1						
				2	3	4				
			5	6	7	8	9			
		10	11	12	13	14	15	16		

On imagine que l'on dispose, suivant le modèle ci-dessus, en le poursuivant, la suite des nombres entiers jusqu'à 2500. Les lignes sont numérotées en partant du haut, les cases en partant de la gauche. Chaque nombre est ainsi repéré par son numéro de ligne, puis par son numéro de case sur cette ligne.

Exemple : 15 est à la 4^{ème} ligne et 6^{ème} case.

1) **Nombre de cases par ligne.** On note u_n le nombre de cases qui constituent la ligne n .

a) Donner u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 et u_6 .

b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .

2) **Le dernier nombre de chaque ligne.** On note d_n le dernier nombre de la ligne n .

Donner d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 et d_6 .

On admettra, dans toute la suite du problème, que pour $n \geq 1$, $d_n = n^2$.

3) **Le premier nombre de chaque ligne.** On note p_n le premier nombre de la ligne n .

a) Donner p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 .

b) Exprimer p_n en fonction de d_{n-1} .

c) En déduire que : $p_n = n^2 - 2n + 2$.