

# GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

**Cours**

**Première S**

## 6. Sens de variation d'une fonction

### 1) Définitions

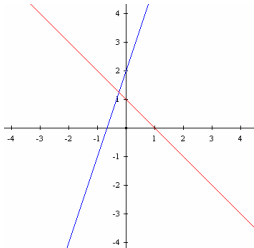
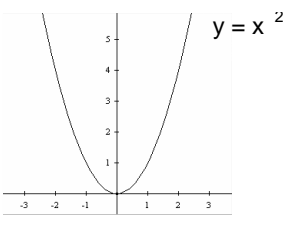
**Définitions 7 :** Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ .

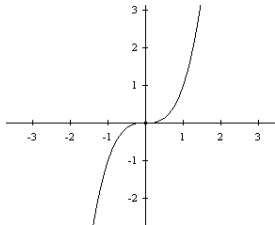
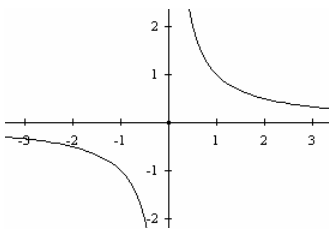
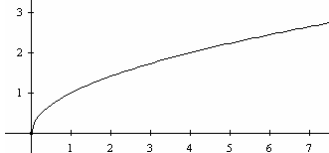
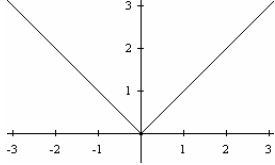
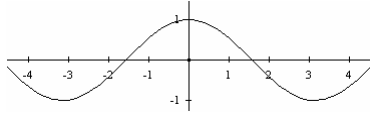
- La fonction  $f$  est croissante sur  $I$  signifie que, pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $I$  tels que  $a < b$ , on a  $f(a) \leq f(b)$ .
- La fonction  $f$  est strictement décroissante sur  $I$  signifie que, pour tous  $a$  et  $b$  de  $I$  tels que  $a < b$ , on a  $f(a) > f(b)$ .
- Une fonction croissante sur  $I$  ou décroissante sur  $I$  est dite monotone sur  $I$ .

Remarques :

- On définit de même une fonction strictement croissante sur  $I$  ou une fonction décroissante sur  $I$ .
  - Une fonction est croissante si elle « conserve l'ordre », une fonction est décroissante si elle « inverse l'ordre ». Si pour tout  $x$  de  $I$  voisin de  $b$ , on a :  $f(x) \leq f(b)$  alors  $f(b)$  est un maximum local de  $f$ .
  - Si pour tout  $x$  de  $I$  voisin de  $a$ , on a :  $f(x) \geq f(a)$  alors,  $f(a)$  est un minimum local de  $f$ .
- Lorsque  $f(a)$  est un maximum ou un minimum, on dit que c'est un extremum.

### 2) Rappels des fonctions de référence

Fonctions	Ensemble de définition, variations ...	Représentations graphiques
$f : x \mapsto ax + b$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}</math></li> <li>• Si <math>a &gt; 0</math>, <math>f</math> est strictement croissante sur <math>\mathbf{R}</math>.</li> <li>• Si <math>a &lt; 0</math>, <math>f</math> est strictement décroissante sur <math>\mathbf{R}</math>.</li> </ul>	
$f : x \mapsto x^2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}</math></li> <li>• <math>f</math> est paire</li> <li>• <math>f</math> est strictement décroissante sur <math>] -\infty ; 0 ]</math> et strictement croissante sur <math>[ 0 ; +\infty [</math></li> <li>• La courbe représentative de <math>f</math> est <b>une parabole</b> de sommet <math>O</math>.</li> </ul>	

$f : x \mapsto x^3$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}</math></li> <li>• <math>f</math> est impaire</li> <li>• <math>f</math> est strictement croissante sur <math>\mathbf{R}</math></li> </ul>	
$f : x \mapsto \frac{1}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}^*</math></li> <li>• <math>f</math> est impaire</li> <li>• <math>f</math> est strictement décroissante sur <math>] -\infty ; 0 ]</math> et strictement décroissante sur <math>[ 0 ; +\infty [</math></li> <li>• La courbe représentative de <math>f</math> est <b>une hyperbole</b> de sommet O.</li> </ul>	
$f : x \mapsto \sqrt{x}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = [ 0 ; +\infty [</math></li> <li>• <math>f</math> est strictement croissante sur <math>[ 0 ; +\infty [</math></li> </ul>	
$f : x \mapsto  x $	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}</math></li> <li>• <math>f</math> est paire</li> <li>• <math>f</math> est strictement décroissante sur <math>] -\infty ; 0 ]</math> et strictement croissante sur <math>[ 0 ; +\infty [</math></li> </ul>	
$f : x \mapsto \cos x$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}</math></li> <li>• <math>f</math> est paire</li> <li>• <math>f</math> est périodique de période <math>2\pi</math> <math>\cos(x + 2\pi) = \cos x</math></li> <li>• La courbe représentative de <math>f</math> est une <b>sinusoïde</b></li> </ul>	
$f : x \mapsto \sin x$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>D_f = \mathbf{R}</math></li> <li>• <math>f</math> est impaire</li> <li>• <math>f</math> est périodique de période <math>2\pi</math> <math>\sin(x + 2\pi) = \sin x</math></li> <li>• La courbe représentative de <math>f</math> est une <b>sinusoïde</b></li> </ul>	