

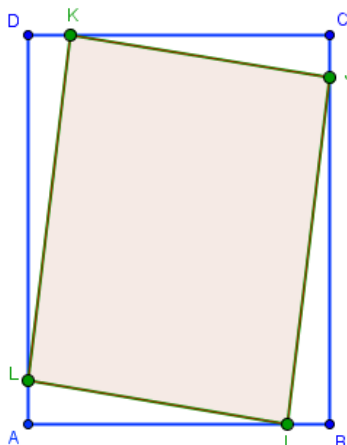
DEVOIR MAISON N° 1

Aire minimale d'un parallélogramme

Pour le 2 octobre 2009

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 7$ cm et $AD = 9$ cm.

Les points I, J, K et L sont respectivement placés sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ de telle façon que $AL = DK = CJ = BI = x$.



Partie 1 : Utilisation du logiciel GeoGebra pour construire la figure

Étape 1

Construction des points A, B, C et M :

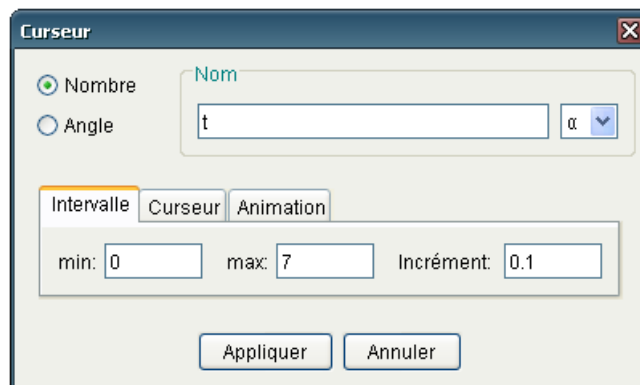


- On prendra des points de coordonnées fixées pour se faciliter le travail.
- Dans le champ de saisie , écrire $A=(0,0)$ puis valider par la touche **Entrée**.
- Faire de même avec les points B, C et D de coordonnées respectives $(7 ; 0)$, $(7 ; 9)$ et $(0 ; 9)$.
- Construire les côtés du rectangle $ABCD$.

Étape 2

Construction des points I, J, K et L :

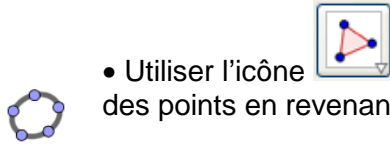
- Créer un paramètre t en cliquant sur , puis remplir la boîte de dialogue de la façon suivante :






- Créer les points I, J, K et L en utilisant des coordonnées dépendant de t .

Étape 3

Affichage de l'aire du rectangle $IJKL$:



- Utiliser l'icône  pour créer le rectangle : cliquer successivement sur chacun des points en revenant sur le premier point I .

- Pour faire afficher l'aire, cliquer sur l'icône , puis sur  et enfin sur le rectangle créé précédemment.

Partie 2 : Conjectures

- 1) Pour quelle valeur de t l'aire de $IKJL$ semble-t-elle être minimale ?
- 2) Pour quelle valeur de t l'aire de $IKJL$ semble-t-elle être égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$?

Partie 3 : Justifications mathématiques

- 1) Quel est l'intervalle des valeurs possibles pour x ?
- 2) Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.
- 3) Montrer que l'aire $f(x)$ du parallélogramme $IJKL$ est de la forme : $f(x) = 2x^2 - 16x + 63$.
- 4) a) Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) = 2(x - 4)^2 + 31$.
b) Montrer que si $0 \leq a < b \leq 4$, alors $f(a) > f(b)$. Que peut-on en déduire ?
c) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[4 ; 7]$.
d) Pour quelle valeur de x l'aire de $IJKL$ est-elle minimale ? Quel est ce minimum ?
- 5) Construire la courbe (C_f) , représentative de la fonction f , dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques : 2cm sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 sur l'axe des ordonnées.
- 6) a) En utilisant le graphique précédent, est-il possible que l'aire du quadrilatère $IJKL$ soit égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$?
Si oui, combien y a-t-il de possibilités ?
b) En utilisant l'expression de $f(x)$ établie dans la question 4) a), déterminer les valeurs exactes de x correspondant à ces possibilités.