

CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 4

Second degré

Pour le 3 novembre 2009

Exercice 1

1) Soit $m_{(AB)}$ le coefficient directeur de la droite (AB) . Alors $m_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{12 - 2}{22 + 18} = \frac{1}{4}$.

D'où (AB) a pour équation $y = \frac{1}{4}x + p$.

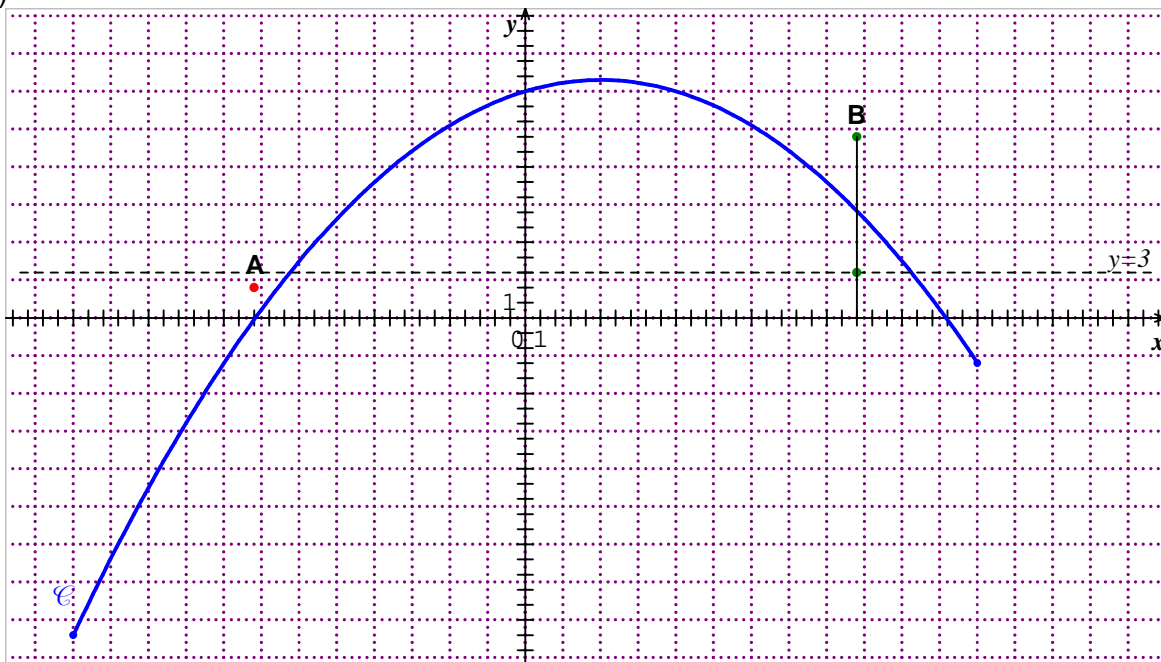
Or (AB) passe par A, alors $y_A = \frac{1}{4}x_A + p$, c'est-à-dire $p = 2 - \frac{1}{4}(-18) = 2 + \frac{9}{2} = \frac{13}{2}$.

Par conséquent, (AB) a pour équation $y = \frac{1}{4}x + \frac{13}{2}$.

2)

x	-30	-20	-10	0	5	10	20	30
f(x)	-21	-3	9	15	15,75	15	9	-3

3)



4) Le ballon retombera au sol lorsque $f(x) = 0$. Résolvons alors cette équation qui est du second degré.

Calculons le discriminant Δ de ce trinôme du second degré :

$\Delta = (0,3)^2 - 4 \times (-0,03) \times 15 = 1,89$; comme $\Delta > 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-0,3 - \sqrt{1,89}}{-0,06} = \frac{-0,3 - \sqrt{\frac{189}{100}}}{-0,06} = \frac{-0,3 - \sqrt{\frac{9 \times 21}{100}}}{-0,06} = \frac{-0,3 - 0,3\sqrt{21}}{-0,06} = 5 + 5\sqrt{21} \approx 28 \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-0,3 + \sqrt{1,89}}{-0,06} = \frac{-0,3 + 0,3\sqrt{21}}{-0,06} = 5 - 5\sqrt{21} \approx -18.$$

Cependant, la valeur x_2 est à rejeter car c'est à peu près l'abscisse du point A !

Par conséquent, **l'abscisse du point d'impact du ballon sur le sol est égale à $-5 + 5\sqrt{21}$, c'est-à-dire à environ à 28 mètres de l'origine du repère.**

5) a) Les solutions de l'équation $-0,03x^2 + 0,3x + 15 = 3$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe \mathcal{C}_f et de la droite d'équation $y = 3$.

Par conséquent, **l'équation $-0,03x^2 + 0,3x + 15 = 3$ semble admettre deux solutions $-15,5$ et $25,5$.**

b) $-0,03x^2 + 0,3x + 15 = 3$ équivaut à $-0,03x^2 + 0,3x + 12 = 0$

Calculons le discriminant Δ de ce trinôme du second degré :

$\Delta = (0,3)^2 - 4 \times (-0,03) \times 12 = 1,53$; comme $\Delta > 0$, alors l'équation $-0,03x^2 + 0,3x + 12 = 0$ admet deux solutions :

$$x_1 = \frac{-0,3 - \sqrt{1,53}}{0,06} = \frac{-0,3 - \sqrt{\frac{153}{100}}}{0,06} = \frac{-0,3 - \sqrt{\frac{9 \times 17}{100}}}{-0,06} = \frac{-0,3 - 0,3\sqrt{17}}{-0,06} = 5 + 5\sqrt{17} \approx 25,62 \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-0,3 + \sqrt{1,53}}{0,06} = + \frac{-0,3 + 0,3\sqrt{17}}{0,06} = -5 + 5\sqrt{17} \approx -15,62.$$

Par conséquent, **l'équation $-0,03x^2 + 0,3x + 15 = 3$ admet deux solutions $5 - 5\sqrt{17}$ et $5 + 5\sqrt{17}$.**

c) L'abscisse du point d'intersection de la courbe \mathcal{C}_f et de la droite d'équation $y = 3$ est supérieur à 22, donc **le buteur de l'équipe réussit la pénalité.**

Exercice 2

Soit n le nombre de gagnants et g le gain de chacun.

Comme la somme de 2040 € doit être répartie également entre les gagnants, alors $ng = 2040$.

De plus, deux gagnants ne se manifestent pas, alors le nombre de gagnants devient égal à $n - 2$; et dans cas, chacun gagne 85 € de plus, c'est-à-dire que chacun empoche $g + 85$ euros. Donc, on obtient l'égalité : $(n - 2)(g + 85) = 2040$.

Par conséquent, n et g sont solutions du système $\begin{cases} ng = 2040 \\ (n - 2)(g + 85) = 2040 \end{cases}$.

$$\begin{cases} ng = 2040 \\ (n - 2)(g + 85) = 2040 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ng = 2040 \\ 2040 + 85n - 2g - 170 = 2040 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ng = 2040 \\ 85n - 2g = 170 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ng = 2040 \\ g = \frac{85n - 170}{2} = \frac{85(n - 2)}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 85n(n - 2) = 4080 \\ g = \frac{85(n - 2)}{2} \end{cases}$$

$$\text{Donc, } \begin{cases} ng = 2040 \\ (n - 2)(g + 85) = 2040 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 2n - 48 = 0 \\ g = \frac{85(n - 2)}{2} \end{cases}$$

Calculons le discriminant du trinôme $n^2 - 2n - 48$: $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-48) = 196$.

Comme $\Delta > 0$, alors l'équation $n^2 - 2n - 48 = 0$ admet deux solutions : $n_1 = \frac{2-14}{2} = -6$ et

$n_2 = \frac{2+14}{2} = 8$. Or le nombre de gagnants ne peut pas être négatif, alors **il y avait 8**

gagnants prévus qui auraient dû empocher chacun 255 €