

DEVOIR COMMUN

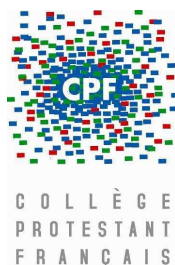
24/10/2009

MATHÉMATIQUES

Première S

Généralités sur les fonctions
et barycentres

Durée : 2 heures



L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4.

On rappelle que toute communication entre les élèves est interdite. L'échange de matériel durant l'épreuve (correcteur, rapporteur, etc ...) est notamment proscrit.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (2 points)

On désigne par \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur \mathbf{R} par $f(x) = x^2$ et $g(x) = (x-2)^2 - 1$.

- 1) Quelle transformation associe à la courbe \mathcal{C}_f la courbe \mathcal{C}_g ?
- 2) Soit \mathcal{C}_h la courbe image de \mathcal{C}_g par la translation de vecteur \vec{u} de coordonnées $(-1; 1)$. Déterminer $h(x)$.

Exercice 2 : (3,5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R} - \{3\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x-3}$.

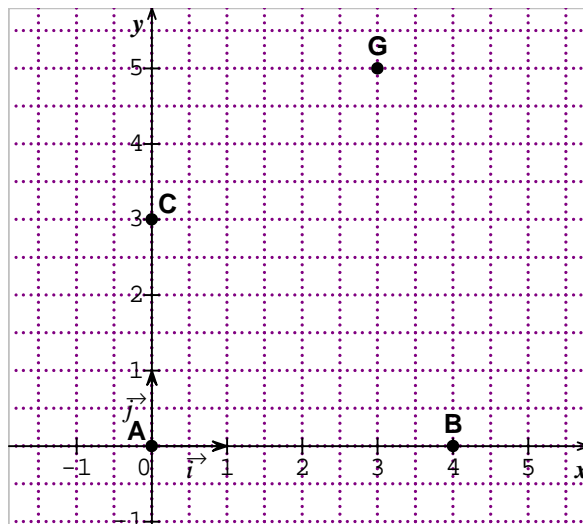
- 1) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$.
- 2) Soit u la fonction définie sur \mathbf{R} par $u(x) = 2x + 1$.

Soit v la fonction définie sur $\mathbf{R} - \{3\}$ par $v(x) = \frac{4}{x-3}$.

- a) Déterminer le sens de variation de u sur \mathbf{R} .
- b) Déterminer le sens de variation de v sur $\mathbf{R} - \{3\}$.
- c) Peut-on en déduire le sens de variation de f ?

Exercice 3 : (3 points)

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A , B , C et G donnés sur le graphique ci-dessous.



Déterminer les réels a et b pour que G soit le barycentre des points pondérés (A, a) , (B, b) et $(C, 2)$.

Exercice 4 : (5,5 points)

Soit ABC un triangle quelconque. F et H sont deux points tels que $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$?

- 1) Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
- 2) Montrer que H est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$, $(B, -2)$ et $(C, -1)$.
- 3) Écrire F comme barycentre des points B et C .
- 4) Démontrer que les points A , F et H sont alignés.
- 5) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 6$.

Exercice 5 : (6 points)

Soit ABC un triangle et P un point quelconque du plan. On désigne par Q , R et S les symétriques du point P par rapport aux milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$

- 1) Compléter la figure de l'annexe au fur et à mesure.
- 2) Déterminer le réel a pour que Q soit le barycentre des points pondérés $(B, 1)$, $(C, 1)$ et (P, a) .

Par la suite, on admettra que R est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(C, 1)$ et $(P, -1)$, et, que S est le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 1)$ et $(P, -1)$.

- 3) Soit I le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 1)$, $(C, 1)$ et $(P, -1)$.

Montrer que $[AQ]$, $[BR]$ et $[CS]$ ont le même milieu I .

- 4) Soient G et H les centres de gravité respectifs des triangles ABC et PQR .

Démontrer que le point J , barycentre des points pondérés $(I, 4)$, $(C, 1)$ et $(P, 1)$, est le milieu du segment $[GH]$.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

