

DEVOIR SURVEILLÉ N° 1

Généralités sur les fonctions

Le 25 septembre 2009

Durée du devoir surveillé : 110 minutes
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 (3 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x + 1}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Utiliser votre calculatrice pour représenter (C_f) et conjecturer l'élément de symétrie de (C_f) .
- 2) Démontrer cette conjecture.

Exercice 2 (3 points)

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^3 - x}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de g .
- 2) Étudier la parité de cette fonction et en déduire d'éventuel élément de symétrie de la courbe représentative de la fonction g .

Exercice 3 (4 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = (-x + 5)^2$.

- 1) **Démonstration** : Soit u une fonction croissante sur un intervalle \mathbf{I} et v une fonction décroissante sur \mathbf{J} (avec $f(\mathbf{I}) \subset \mathbf{J}$).

Montrer que la fonction $v \circ u$ est décroissante sur \mathbf{I} .

- 2) Étudier le sens de variation de f sur \mathbf{R} .

Exercice 4 (6 points)

On considère les fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \frac{x+2}{x-2}$.

- 1) Déterminer le domaine de définition de f , puis celui de g .
- 2) Soit la fonction h définie par $h = g \circ f$.
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de h .
 - b) Déterminer $h(x)$ en fonction de x .
- 3) Soit la fonction k définie par $k = f \circ g$.
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de k .
 - b) Déterminer $k(x)$ en fonction de x .

Exercice 5 (4 points)

1) Étudier les variations de la fonction f_1 définie sur $]1; +\infty[$ par $f_1(x) = 3 - \frac{5}{1-x}$, à l'aide des fonctions de référence.

2) Étudier les variations de la fonction f_2 définie sur $]-\infty; 1[$ par $f_2(x) = 3x^2 - 6x - 5$, à l'aide de l'étude du signe de $f_2(a) - f_2(b)$ sur cet intervalle.