DEVOIR SURVEILLÉ N° 10

Sections dans l'espace et comportement asymptotique	***Le 7 mai 2010***

Durée du devoir surveillé : 110 minutes
L'usage de la calculatrice est autorisé.

__Exercice 1__ (*6 points*)
Calculer les limites suivantes :

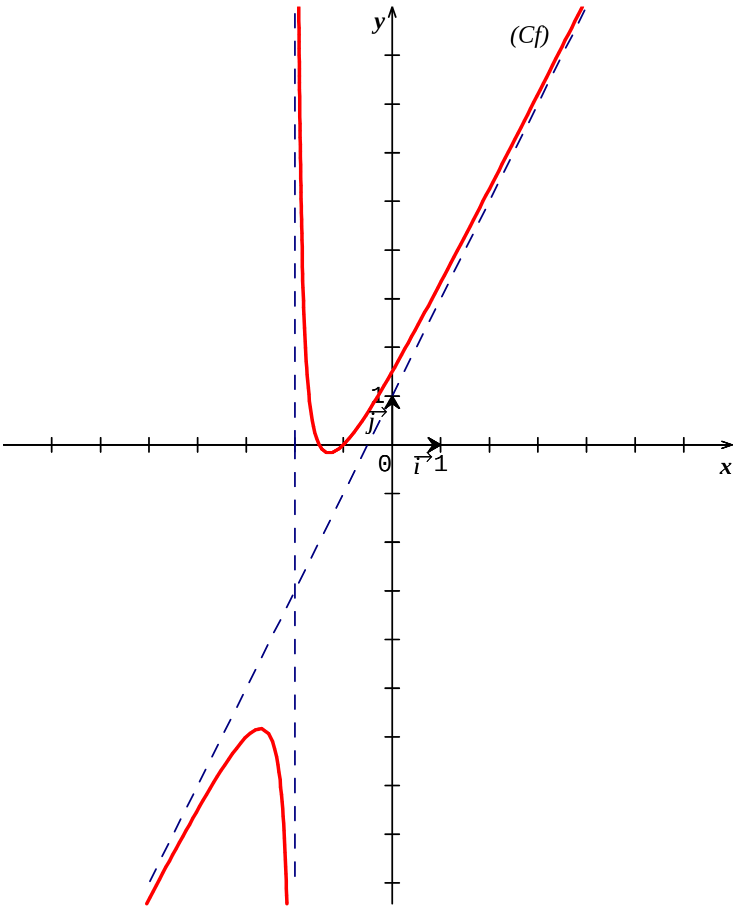
a) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} \left(12+\dfrac{3}{x-2}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^2-x+3\right)$ c) $\lim\limits_{x\to 3} \left(\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x}-\sqrt{x+2}\right)$ e) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} \dfrac{x^2-3x+2}{(x-1)^2}$ f) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \dfrac{-x^2+x-1}{(2-x)(x-1)}$

__Exercice 2__ (*5 points*)

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R}-\{-2\}$, par : $f(x)=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+2}$.

1) Soit (C_f) la courbe représentative de f, dans un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i},\ \vec{j})$.



C. Lainé

D'après la courbe précédente, quelles sont les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Justifier.

2) a) Montrer que, pour tout x de $\mathbf{R}-\{-2\}$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}\text{, où } a,\ b \text{ et } c \text{ sont des réels à déterminer.}$$

b) En déduire que (C_f) admet une asymptote oblique (Δ) aux voisinages de $-\infty$ et de $+\infty$.

c) Étudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ).

Exercice 3 (4 *points*)

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}-\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{-2x^2+3x}{x-1}$.

1) Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
En déduire que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ représentative de la fonction f admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.

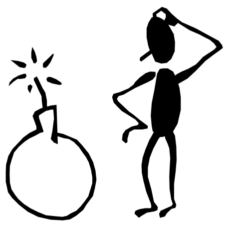
2) a) Vérifier que, pour x différent de 1, $f(x)=-3x+\dfrac{x^2}{x-1}$.

b) Peut-on en déduire que la droite d'équation $y=-3x$ est asymptote oblique à la courbe $(\mathscr{C}_f)$? Justifier.

Exercice 4 (5 *points*)

ABCDEFGH est le cube représenté sur la feuille annexe.
P est un point de la face *BCGF* et *Q* est un point de la face *EFGH*.

1) Déterminer le point d'intersection de la droite (PF) et du plan (EHC), appelé *K*.
2) Déterminer le point d'intersection de la droite (QF) et du plan (EHC), appelé *L*.
3) Démontrer que les points *P*, *Q*, *K* et *L* sont coplanaires.
4) En déduire l'intersection de la droite (PQ) et du plan (EHC).



ANNEXE (à rendre avec la copie)