DEVOIR SURVEILLÉ N° 4	
Second degré	***Le 13 novembre 2009***

Durée du devoir surveillé : 110 minutes
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> (*6 points*)

Résoudre, dans **R**, les équations suivantes :

1) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$;

2) $(x-1)^2 = -3(x+1)^2$;

3) $3\left(\frac{3x+1}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{3x+1}{5}\right) = 0$;

4) $\frac{-13}{x-1} + \frac{6}{x} = 3$;

5) $\frac{2x+5}{x-2} = \frac{3x-6}{x+4}$.

<u>Exercice 2</u> (*3 points*)

1) Étudier le signe de $x^2 + 10x + 25$ et celui de $-2x^2 - 7x - 3$. (on pourra éventuellement faire des tableaux).

2) En déduire le signe de $\frac{x^2+10x+25}{-2x^2-7x-3}$, puis les solutions de l'inéquation $\frac{x^2+10x+25}{-2x^2-7x-3} < 0$.

<u>Exercice 3</u> (*5 points*)

Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

On note (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormal (unité graphique : 1cm).

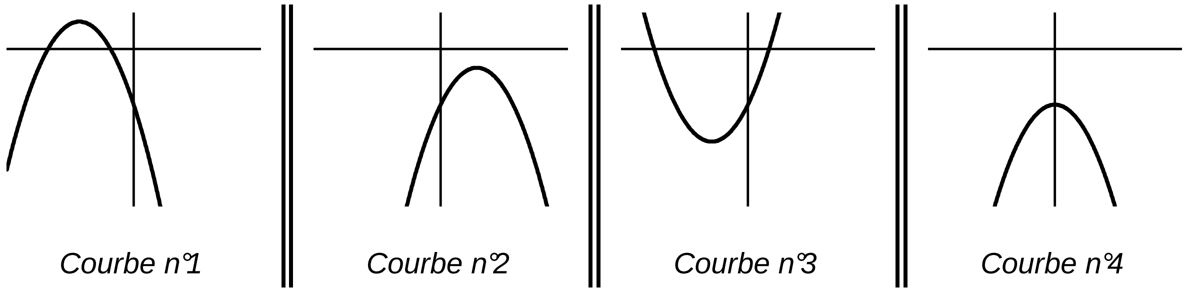
1) a) Dresser le tableau de variations de *f*.
   b) Déterminer, par le calcul, les points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.
   c) Construire (C_f).

2) a) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -2x + 4$.
   b) Résoudre, par le calcul, l'inéquation $f(x) \geq -2x + 4$.

<u>Exercice 4</u> (*2 points*)

Soient a et b des réels strictement positifs.
On considère les fonctions trinômes $f : x \mapsto -ax^2 + 2ax - b$, $g : x \mapsto -ax^2 - b$,
$h : x \mapsto -ax^2 - 3ax - b$ et $m : x \mapsto ax^2 + 2ax - b$ dont on a donné ci-dessous les représentations graphiques.

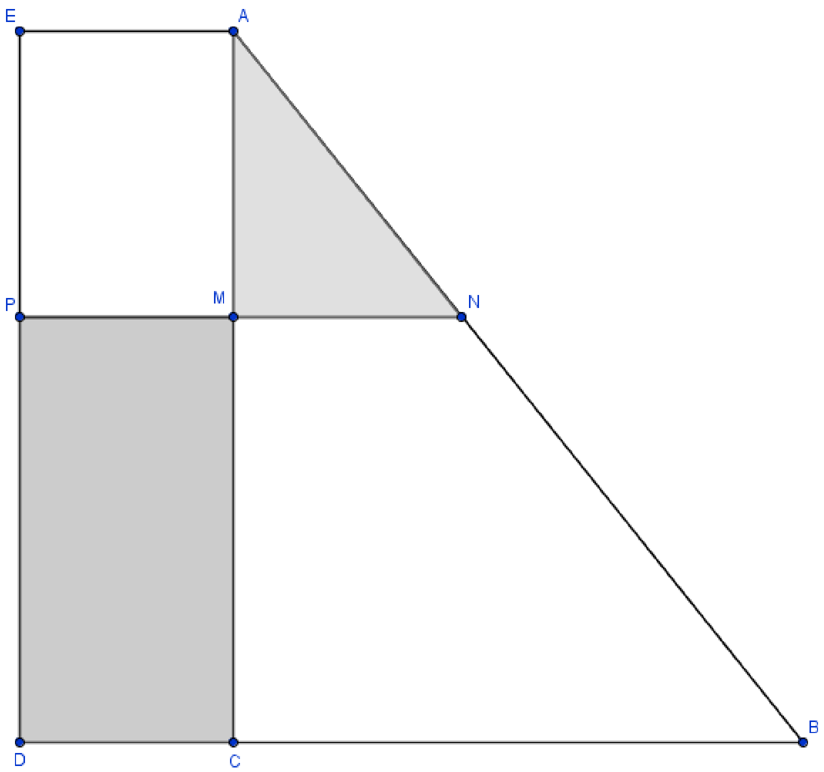
1) Associer chaque fonction à sa représentation graphique, en indiquant la raison de vos choix sur votre copie.



2) À l'aide des graphiques, que peut-on affirmer des discriminants des trinômes f et g ? Pourquoi ?

<u>Exercice 5</u> (*4 points*)

On considère un triangle ABC rectangle en C, et un rectangle $ACDE$ comme indiqué ci-dessous.



On donne $BC = 8$ cm , $CD = 3$ cm et $AC = 10$ cm .

Soit M un point du segment $[AC]$. La droite perpendiculaire en M à la droite (AC) coupe respectivement les droites (AB) et (DE) en N et P.

On note x la longueur AM.

Soit $\mathscr{A}(x)$ l'aire de la partie colorée, formée du rectangle $MCDP$ et du triangle AMN.

1) a) Montrer que $\mathscr{A}(x) = \dfrac{2}{5}x^2 - 3x + 30$

   b) Quel est l'ensemble de définition de la fonction $\mathscr{A}$?

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction $\mathscr{A}$.

   b) Déterminer la position du point M pour laquelle l'aire $\mathscr{A}(x)$ est minimale.

3) Déterminer par le calcul les positions du point M pour lesquelles l'aire de la partie hachurée est égale à 25 cm^2.