

DEVOIR SURVEILLÉ N° 7

Statistiques et produit scalaire

Le 5 février 2010

Durée du devoir surveillé : 110 minutes

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 (4 points)

Le tableau suivant donne le montant des salaires annuels exprimés en milliers d'euros d'une petite entreprise.

Salaires	16	18	20	25	30	40
Nombre de salariés	6	9	10	8	5	2

- 1) Déterminer la médiane, les premier et troisième quartiles. Interpréter ces résultats et les traduire à l'aide d'un diagramme en boîte.
- 2) Calculer le montant en euros du salaire moyen annuel de cette entreprise.
- 3) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie à l'euro près de l'écart-type s .
- 4) Soit S la fonction définie sur \mathbf{R} par :

$$S(x) = 6(16 - x)^2 + 9(18 - x)^2 + 10(20 - x)^2 + 8(25 - x)^2 + 5(30 - x)^2 + 2(40 - x)^2.$$

- a) Vérifier que $S(x) = 40x^2 - 1776x + 21152$.
- b) Déterminer le sens de variations de la fonction S et en déduire sa valeur minimale.
- c) Retrouver le calcul de la variance à partir de la somme S .
En déduire la valeur exacte de l'écart-type s .

Exercice 2 (5 points)

Dans un atelier de réparation, on a enregistré la durée de 140 interventions.
Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

durée	[0 ; 20[[20 ; 40[[40 ; 60[[60 ; 80[[80 ; 100[[100 ; 120[[120 ; 140[[140 ; 160[
effectif	2	18	32	40	29	12	6	1

- 1) Construire le tableau des fréquences cumulées croissantes, puis sa représentation graphique.
- 2) À l'aide du graphique, déterminer le 1^{er} quartile Q_1 , la médiane Me et le 3^{ème} quartile Q_3 .
- 3) Rappeler les formules donnant l'effectif total n , la moyenne \bar{x} , la variance V et l'écart-type σ d'une série statistique x_i associée aux effectifs n_i .
Calculer ces valeurs pour les durées d'intervention dans l'atelier de réparation, à l'aide de la calculatrice.
- 4) Calculer $\bar{x} + \sigma$ et $\bar{x} - \sigma$. En utilisant le graphique de la question 1), déterminer le pourcentage d'interventions dont la durée est située entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.
Même question pour $\bar{x} - 2\sigma$ et $\bar{x} + 2\sigma$.
- 5) On détermine une nouvelle série S' en effectuant la transformation affine suivante :
 $x \mapsto 10(x - 8)$. Calculer la moyenne \bar{x}' et l'écart-type s' de cette série.

Exercice 3 (4 points)

On considère un même triangle ABC donné de quatre façons différentes.

Déterminer dans chacun des cas le produit scalaire $\overline{AB} \bullet \overline{BC}$.

- 1) $BC = 10$ cm, $AH = 4\sqrt{3}$ cm et $BH = 4$ cm, H étant le projeté orthogonal de A sur (BC) .
- 2) $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm et $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{3}$.
- 3) $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm et $AC = 2\sqrt{21}$ cm.
- 4) Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, les points A , B et C ont pour coordonnées respectives $(0 ; 4\sqrt{3})$, $(-4 ; 0)$ et $(6 ; 0)$.

Exercice 4 (3 points)

Soient ABC un triangle isocèle en A et I le milieu du segment $[BC]$.

Démontrer que $\overline{AB} \bullet \overline{AC} = AI^2 - IB^2$.

Exercice 5 (3 points)

ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $BC = 10$ et $AC = 8$.

- 1) Montrer que $\overline{BA} \bullet \overline{BC} = 30,5$.
- 2) Déterminer $\cos(\widehat{ABC})$, puis une valeur approchée à 0,1 degré près de l'angle \widehat{ABC} .

