

CORRECTION DE L'INTERROGATION N° 1

Second degré

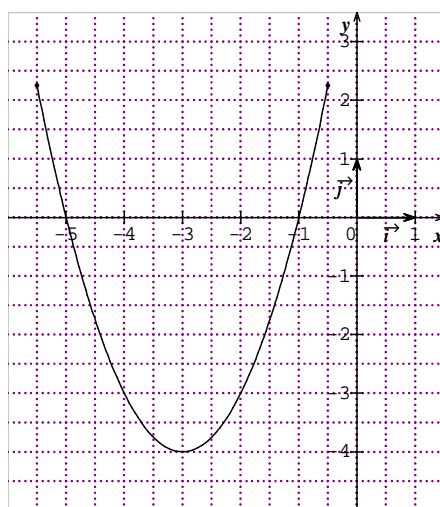
Le 9 novembre 2009

❶ La forme canonique du trinôme P définie par $P(x) = 2x^2 + 2x + 1$ est

$$2 \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right].$$

$$\text{En effet, } 2x^2 + 2x + 1 = 2 \left(x^2 + x + \frac{1}{2} \right) = 2 \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right] = 2 \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right].$$

❷ La fonction f représentée par la parabole ci-dessous sur $[-5,5 ; -0,5]$, a pour expression $x^2 + 6x + 5$.



En effet, comme la parabole a ses branches « tournées vers le haut », alors le réel a (coefficient de x^2) est positif. De plus, d'après la représentation graphique coupe l'axe des abscisses en -5 et -1 ; ce sont donc les racines du trinôme.

Or $(-1)^2 + 6 \times (-1) + 5 = 1 - 6 + 5 = 0$. Donc l'expression cherchée est $x^2 + 6x + 5$.

❸ Les racines du trinôme $5x^2 + 6x - 11$ sont 1 et $-\frac{11}{5}$.

En effet, la somme des coefficients du trinôme $5x^2 + 6x - 11$ est égale à 0 ; d'où 1 est une racine de ce trinôme.

❹ Si f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ et si a et c sont de signes contraires, alors $f(x)$ admet deux racines.

En effet, si a et c sont de signes contraires, alors $ac < 0$, et par suite $-4ac > 0$. D'où le discriminant $b^2 - 4ac$ est strictement positif ; par conséquent, le trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet deux racines.

❺ Si f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + ax + 1$, alors $f(x)$ admet deux racines distinctes.

En effet, le discriminant de ce trinôme est égal à $a^2 + 4$, qui est strictement positif. Par conséquent, le trinôme admet deux racines distinctes.

