

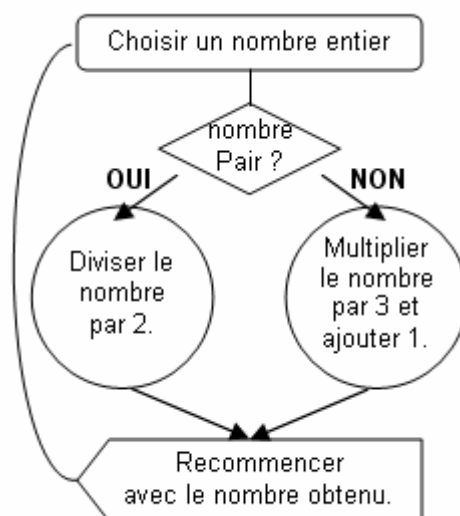
SUITE DE SYRACUSE

Suites

Travaux pratiques

On considère la suite de nombres fabriqués de la manière suivante :

- On choisit le premier terme u_1 de la suite.
- Pour calculer le terme de rang $n+1$, deux cas sont possibles :
 - Si u_n est pair, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$,
 - Si u_n est impair, $u_{n+1} = 3u_n + 1$.



Cette est connue sous le nom de « suite de Syracuse », du nom de l'université américaine de Syracuse. On peut la représenter à l'aide de l'algorithme ci-dessus, appelé algorithme de Collatz.

- 1) a) Choisir comme premier terme $u_1 = 1$. Déterminer les termes suivants, que remarque-t-on ?
b) Recommencer avec $u_1 = 6$.
- 2) a) Réaliser une feuille de calcul dans laquelle :
 - La 1^{ère} colonne (la colonne A) contient le rang du terme de la suite, c'est à dire n .
 - La 2^{ème} colonne (la colonne B) contient les valeurs de u_n (on pourra dans un premier temps calculer les 100 premiers termes de la suite).

Pour tester la parité d'un nombre, il est possible d'utiliser l'instruction :
SI (condition ; réponse si la condition est réalisée ; la réponse si elle ne l'est pas).

 - b) Vérifier que l'on retrouve bien les résultats obtenus dans la question 1).
 - c) Compléter le tableau en mettant de nouvelles valeurs de u_1 ainsi que les valeurs de u_n correspondantes dans les colonnes C à Z.

Cela permet d'essayer simultanément plusieurs valeurs pour le premier terme u_1 et de comparer les résultats obtenus.

On pourra, par exemple, mettre dans les colonnes C à Z les valeurs de u_1 allant de 1 à 25.

On obtient :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	Rang n	u(n)																								
2	1 (1er terme choisi)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	2	4	1	10	2	16	3	22	4	28	5	34	6	40	7	46	8	52	9	58	10	64	11	70	12	76
4	3	2	4	5	1	8	10	11	2	14	16	17	3	20	22	23	4	26	28	29	5	32	34	35	6	38
5	4	1	2	16	4	4	5	34	1	7	8	52	10	10	11	70	2	13	14	88	16	16	17	106	3	19
6	5	4	1	8	2	2	16	17	4	22	4	26	5	5	34	35	1	40	7	44	8	8	52	53	10	58
7	6	2	4	4	1	1	8	52	2	11	2	13	16	16	17	106	4	20	22	22	4	4	26	160	5	29

c) Expliquer en quelques phrases ce que l'on constate à propos de cette suite.

Vocabulaire :

- La suite (6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1) s'appellera la **trajectoire** ou le **vol** de 6.
- Un terme de la suite est une **étape** du vol.
- 16 est l'**altitude maximum** du vol de 6.
- La **durée** du vol est le nombre d'étapes nécessaires avant l'apparition du premier « 1 » (s'il apparaît, bien sûr!).

Ainsi, la durée du vol de 6 est donc 8 (1 est le neuvième terme de la suite).

Attention, si la conjecture est fautive, ces durées peuvent être infinies.

- Insérer deux nouvelles lignes au-dessus de la première ligne, et modifier le tableau pour que l'altitude soit affichée sur l'une de ces lignes et la durée sur l'autre.
- Déterminer la durée et l'altitude du vol de 7, du vol de 15, du vol de 27 et de celui de 77 671.
- Tentative de record : qui trouvera la suite la plus longue et qui trouvera la plus haute ?