

DEVOIR MAISON N° 8

Suites

Pour le 13 février 2008

Les résultats numériques seront donnés arrondis à l'unité.

En janvier 2002, un artisan a réalisé une recette de 2300 euros alors que ses coûts se sont élevés à 800 euros. Son bénéfice est donc de 1500 euros.

Grâce à une clientèle en augmentation, la recette, c'est à dire le chiffre d'affaire de cet artisan, augmente de 1% tous les mois.

Cependant les coûts, c'est à dire les frais, augmentent pendant le même temps de 2,5%.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

| | Janvier 2002 | Février 2002 | Mars 2002 |
|--------------|--------------|--------------|-----------|
| Rang du mois | 0 | 1 | 2 |
| Recette | 2300 | | |
| Coûts | 800 | | |
| Bénéfice | 1500 | | |

2) Pour le mois de rang n , avec n entier naturel, on note R_n le montant de la recette, C_n le montant des coûts, et B_n le montant du bénéfice.

a) Exprimer R_n et C_n en fonction de n ; justifier votre réponse.

b) Montrer que $B_n = 2300(1,01)^n - 800(1,025)^n$.

3) Pour étudier le sens de variation de la suite (B_n) , on étudie le signe de $B_{n+1} - B_n$.

a) Établir que, pour tout entier positif n : $B_{n+1} - B_n = 23(1,01)^n - 20(1,025)^n$.

b) Établir que : $23(1,01)^n - 20(1,025)^n > 0$ équivaut à $\left(\frac{1,025}{1,01}\right)^n < \frac{23}{20}$.

En déduire les valeurs de n telles que l'inégalité $B_{n+1} - B_n > 0$ soit vérifiée.

Que peut-on dire de la suite (B_n) dans ce cas ?

4) Le bénéfice de cet artisan peut-il diminuer ? Si oui, à partir de quel mois obtiendra-t-il une baisse par rapport au mois précédent ?