CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 3	
Coloration d'un graphe et algorithme de Dijkstra	***Le 12 décembre 2007***

<u>Exercice 1</u> *Liban, juin 2007*

Partie A

Il y a dix questionnaires car il y a dix arêtes.

1) La matrice du graphe est :

$$G = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

2) Aucun des termes de la matrice G^2 n'est nul alors il existe au moins une chaîne de longueur 2 reliant deux sommets quelconques de ce graphe. Donc ce **graphe est connexe.**

Ce graphe n'est pas complet car les sommets E et F ne sont pas adjacents.

3) Comme le graphe est connexe et qu'il y a deux sommets de degré impair (B et C), alors ce graphe ne possède qu'une chaîne eulérienne (de B vers C ou de C vers B). Ce graphe possède une chaîne eulérienne dont les extrémités sont les sommets de degré impair.
a) **On ne peut donc pas parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire, en commençant la visite par n'importe quelle zone**.

b) On en déduit, d'après la question précédente, que **la dernière zone visitée sera la B si on part de la zone C**.

Partie B

1) Le plus grand degré d'un sommet est 5 ; donc le nombre chromatique est inférieur ou égal à 6.
$\{\text{A, B, C, D}\}$ est un sous-graphe complet. Donc, le nombre chromatique est supérieur ou égal à 4.
Par conséquent, **le nombre chromatique est compris entre 4 et 6**.

2)

Sommets	B	A	D	C	E	F
Degré	5	4	4	3	2	2
Numéro de couleur	1	2	3	4	2	4

Donc **le nombre chromatique de ce graphe est 4**.

Exercice 2 *France, juin 2004*

On utilise l'algorithme de Dijkstra :

A	B	C	D	E	F	G	Sommet fixé
0	16 (A)	+ ∞	+ ∞	+ ∞	+ ∞	12 (A)	**A**
	16 (G)	22 (G)	+ ∞	27 (G)	20 (G)	**12 (A)**	**G**
	16 (G)	22 (G)	+ ∞	27 (B)	20 (G)		**B**
		22 (G)	+ ∞	27 (F)	**20 (G)**		**F**
		22 (G)	29 (C)	26 (C)			**C**
			28 (E)	**26 (C)**			**E**
			28 (E)				**D**

En remontant, on suit l'itinéraire en remontant : D – E – C – G – A

Par conséquent, **le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible est A – G – C – D – E, et ce temps de parcours est de 28 minutes**.