

DEVOIR MAISON N° 13

Similitude

Pour le 8 avril 2008

On considère dans le plan complexe, le rectangle $OABC$ où A a pour affixe $\sqrt{2}$ et C a pour affixe i . On note I le milieu de $[OA]$ et J celui de $[BC]$.

1) Montrer que les rectangles $OABC$ et $JTAB$ ont le même format

(*Rappel* : le format d'un rectangle est le rapport $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$).

2) Soit s la similitude directe d'écriture complexe : $z' = -i \frac{\sqrt{2}}{2} z + \frac{\sqrt{2}}{2} + i$.

a) Déterminer les éléments caractéristiques de s .

b) Préciser les images par s des sommets du rectangle $OABC$.

3) On se propose d'étudier quelques propriétés géométriques du centre de s , noté Ω .

a) Montrer que les cercles de diamètre $[OJ]$, $[BC]$, $[AB]$ et $[AI]$ sont concourants en Ω .

b) On note h la transformation $s \circ s$. Préciser la transformation h et en déduire les alignements suivants : Ω , B et I , ainsi que de Ω , A et C .

Remarque : Les feuilles de format commercial A_0, A_1, \dots sont des rectangles de format (au sens mathématiques) égal à $\sqrt{2}$. Le format A_0 est un rectangle d'aire 1 m^2 ($L = 118,8 \text{ cm}$, $l = 84 \text{ cm}$).

Par pliage on obtient le format A_1, \dots , puis A_4 , qui est celui des feuilles à écrire, de classeur, etc... (on a $L = 29,7 \text{ cm}$, $l = 21 \text{ cm}$, $\frac{29,7}{21} = 1,4142857\dots$ et $\sqrt{2} = 1,4142857\dots$).