| CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 4 | |
|---|---|
| *Divisibilité* | *Pour le 13 novembre 2007* |

1) a)

| $n$ | $3n^2+15n+19$ | $n+1$ | reste |
|---|---|---|---|
| 0 | 19 | 1 | 0 |
| 1 | 37 | 2 | 1 |
| 2 | 61 | 3 | 1 |
| 3 | 91 | 4 | 3 |
| 4 | 127 | 5 | 2 |
| 5 | 169 | 6 | 1 |
| 6 | 217 | 7 | 0 |
| 7 | 271 | 8 | 7 |
| 8 | 331 | 9 | 7 |
| 9 | 397 | 10 | 7 |
| 10 | 469 | 11 | 7 |
| 11 | 547 | 12 | 7 |
| 12 | 631 | 13 | 7 |
| 13 | 721 | 14 | 7 |
| 14 | 817 | 15 | 7 |
| 15 | 919 | 16 | 7 |
| 16 | 1027 | 17 | 7 |
| 17 | 1141 | 18 | 7 |
| 18 | 1261 | 19 | 7 |
| 19 | 1387 | 20 | 7 |
| 20 | 1519 | 21 | 7 |
| 21 | 1657 | 22 | 7 |
| 22 | 1801 | 23 | 7 |
| 23 | 1951 | 24 | 7 |
| 24 | 2107 | 25 | 7 |
| 25 | 2269 | 26 | 7 |
| 26 | 2437 | 27 | 7 |
| 27 | 2611 | 28 | 7 |
| 28 | 2791 | 29 | 7 |
| 29 | 2977 | 30 | 7 |
| 30 | 3169 | 31 | 7 |
| 31 | 3367 | 32 | 7 |
| 32 | 3571 | 33 | 7 |
| 33 | 3781 | 34 | 7 |
| 34 | 3997 | 35 | 7 |
| 35 | 4219 | 36 | 7 |
| 36 | 4447 | 37 | 7 |
| 37 | 4681 | 38 | 7 |
| 38 | 4921 | 39 | 7 |
| 39 | 5167 | 40 | 7 |
| 40 | 5419 | 41 | 7 |
| 41 | 5677 | 42 | 7 |
| 42 | 5941 | 43 | 7 |
| 43 | 6211 | 44 | 7 |
| 44 | 6487 | 45 | 7 |
| 45 | 6769 | 46 | 7 |

b) **Il semble que $\mathbf{3n^2+15n+19}$ soit divisible par $\mathbf{n+1}$ lorsque $\mathbf{n=0}$ ou $\mathbf{n=6}$.**

2) a) $n^2+5n+4=(n+1)(n+4)$ pour tout entier naturel *n*. Or $n+4$ est un entier, on en déduit alors que, **pour tout entier naturel *n*, $\mathbf{n^2+5n+4}$ est divisible par $\mathbf{n+1}$.**

b) $3n^2+15n+19=3\left(n^2+5n+4\right)+7=3(n+4)(n+1)+7$ d'après la question 2) a).

D'où $3n^2+15n+19$ est divisible par $n+1$ si, et seulement si, $3(n+4)(n+1)+7$ est divisible par $n+1$.

Or $3(n+4)(n+1)+7$ est divisible par $n+1$ lorsque 7 est divisible par $n+1$ car $3(n+4)(n+1)$ est divisible par 7.

Comme 7 est un nombre premier, les seuls diviseurs de 7 sont 1 et 7.

On en déduit que $n+1=1$ ou que $n+1=7$, c'est-à-dire que $n=0$ ou $n=6$.

Par conséquent, **$\mathbf{3n^2+15n+19}$ soit divisible par $\mathbf{n+1}$ lorsque $\mathbf{n=0}$ ou $\mathbf{n=6}$.**