- <u>Méthode</u> : pour résoudre une équation du type $\ln u(x) = \ln v(x)$ (respectivement une inéquation du type $\ln u(x) \geq \ln v(x)$) :
  - on détermine l'ensemble des réels x tels que $u(x) > 0$ et $v(x) > 0$ (dans ce cas l'équation est bien définie) ;
  - on résout dans cet ensemble l'équation $u(x) = v(x)$ (respectivement l'inéquation $u(x) \geq v(x)$).

- *Résoudre l'équation :* $\ln\left(x^2 - 4\right) = \ln(3x)$.

\- On cherche les nombres x tels que $x^2 - 4 > 0$ et $3x > 0$.

Or $x^2 - 4 > 0$ lorsque $x \in \,]-\infty ; -2[\, \cup \,]2 ; +\infty[$ et $3x > 0$ lorsque $x > 0$.
L'équation sera alors résolue dans l'ensemble E =]2 ; + ∞[.

\- de plus $x^2 - 4 = 3x$ signifie $x^2 - 3x - 4 = 0$.
On trouve $\Delta = 25$ et les solutions sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 4$. Or $4 \in E$ et $-1 \notin E$,
donc **la seule solution de l'équation $\ln(x^2 - 4) = \ln(3x)$ est 4**.

- *Résoudre l'inéquation :* $\ln(2x + 4) \geq \ln(6 - 2x)$ *ln(2x + 4) ≥ ln(6 - 2x).*

\- On cherche les réels x tels que $2x + 4 > 0$ et $6 - 2x > 0$, c'est-à-dire tels que $x > -2$ et $x < 3$.
L'inéquation doit alors être résolue dans l'ensemble : E =]- 2 ; 3[.

\- De plus, $2x + 4 \geq 6 - 2x$ équivaut à $x \geq \frac{1}{2}$.

L'ensemble des solutions est alors : $]-2 ; 3[\cap [\frac{1}{2} ; +\infty[$, c'est-à-dire $\left[\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} , \right]$.

- *Résoudre l'équation :* $\ln(2x - 4) = 0$.

\- On cherche les réels x tels que $2x - 4 > 0$, c'est-à-dire tels que $x > 2$.
L'équation sera alors résolue dans l'ensemble E =]2 ; + ∞[.

\- $\ln(2x - 4) = 0$ équivaut à $2x - 4 = 1$, c'est à dire $x = \frac{5}{2}$.

La seule solution de l'équation est donc $\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$.

- *Résoudre l'inéquation :* $\ln(x - 10) < 0$.

\- On cherche les réels x tels que $x - 10 > 0$, c'est-à-dire tels que $x > 10$.
L'équation sera alors résolue dans l'ensemble E =]5 ; + ∞[.

\- $\ln(x - 10) < 0$ équivaut à $0 < x - 10 < 1$, c'est-à-dire : $10 < x < 11$.
L'ensemble des solutions est alors :]10 ; 11[.