

DEVOIR MAISON N° 10

Fonction exponentielle

Pour le 22 mars 2010

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x}$.

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans le plan \mathcal{P} muni d'un repère orthogonal.

1) a) Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b) En remarquant que, pour tout nombre réel x , $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

a) Démontrer que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = (-x^2 + 3x - 2)e^{-x}$.

b) Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'ensemble des nombres réels.

3) Donner une équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f en son point d'abscisse 0.

4) On prend comme unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées.

Tracer la droite (T) et la courbe \mathcal{C}_f sur l'intervalle $[0 ; 8]$ dans le plan \mathcal{P} .

5) a) Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle $[0 ; 8]$ de l'équation

$$f(x) = 0,4.$$

b) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la plus grande des solutions de l'équation considérée à la question 5) a).