DEVOIR MAISON N° 13

Adéquation, ajustement affine et fonction exponentielle de base a	***Pour le 17 mai 2010***

Exercice 1

Un pépiniériste a planté trois variétés de fleurs dans une prairie de quelques hectares : des violettes, des primevères et des marguerites. Il se demande s'il peut considérer que sa prairie contient autant de fleurs de chaque variété. Il cueille au hasard 500 fleurs et obtient les résultats suivants :

Variétés	Violettes	Primevères	Marguerites
Effectifs	179	133	188

1) Calculer les fréquences f_V d'une fleur de variété Violette, f_P d'une fleur de variété Primevère et f_M d'une fleur de variété Marguerite. On donnera les valeurs décimales exactes.

2) On note $d_{obs}^2 = \left(f_V - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_P - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_M - \frac{1}{3}\right)^2$.

Calculer $500d_{obs}^2$. On donnera une valeur approchée arrondie au millième.

3) Le pépiniériste, ne voulant pas compter les quelques milliards de fleurs de sa prairie, opère sur ordinateur en simulant le comptage, au hasard, de 500 fleurs suivant la loi équirépartie. Il répète 2000 fois l'opération et calcule à chaque fois la valeur de $500d_{obs}^2$. Ses résultats sont regroupés
dans le tableau suivant :

Intervalle auquel appartient $500d_{obs}^2$	0 ; 0,5[	[0,5 ; 1 [	[1 ; 1,5 [	[1,5 ; 2 [	[2 ; 2,5 [	[2,5 ; 3 [	[3 ; 3,5 [	[3,5 ; 4 [	[4 ; 4,5 [	[4,5 ; 5 [
Nombre par intervalle	163	439	458	350	231	161	80	47	37	34

Par exemple le nombre $500d_{obs}^2$ apparaît 163 fois dans l'intervalle $[0\ ;\ 0{,}5[$.

On note D_9 le neuvième décile de cette série statistique. Montrer que $D_9 \in [2{,}5\ ;\ 3[$

4) En argumentant soigneusement la réponse, dire si pour la série observée au début, on peut affirmer avec un risque inférieur à 10 % que « la prairie est composée d'autant de fleurs de chaque variété ».

Exercice 2

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires, exprimé en milliers d'euros, réalisé par une chaîne commerciale :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires en milliers d'euros y_i	55	58	64	85	105	112

PARTIE 1

1) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités : 2 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 10 milliers d'euros en ordonnée.

2) Calculer les coordonnées du point moyen $G\left(\overline{x}\ ;\ \overline{y}\right)$ et le placer sur la figure précédente.

On décide d'effectuer deux ajustements successifs en vue de faire des prévisions.

PARTIE 2

1) a) Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite de régression *D* de *y* en *x* par
la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à 10^{-1} près.
b) Tracer cette droite sur le graphique de la partie 1.

2) En supposant que l'évolution constatée se maintienne, estimer le chiffre d'affaires réalisé en 2011 (on précisera la méthode utilisée).

PARTIE 3

On décide d'ajuster le nuage de points de la partie 1 par la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant, dans le repère déjà défini, une fonction *f* définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = ab^x$, où *a* et *b* sont deux nombres réels strictement positifs.

1) On impose à la courbe représentative de la fonction *f* de passer par les points $A(0\ ;\ 55)$ et $B(5\ ;\ 112)$.
Calculer les valeurs exactes de *a* et *b* telles que la fonction *f* vérifie cette condition, puis donner la valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de *b*.

2) Pour la suite, on considérera que $f(x) = 55 \times 1{,}15^x$ pour tout réel *x* de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$
Estimer grâce à ce nouvel ajustement le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, réalisé en 2011 (on arrondira le résultat au centième).

PARTIE 4

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Estimer en quelle année le chiffre d'affaires aura dépassé pour la première fois 300 milliers d'euros, en utilisant successivement les ajustements affine et exponentiel des parties 2 et 3.