CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 13

Adéquation, ajustement affine et fonction exponentielle de base a	*Pour le 17 mai 2010*

Exercice 1 *(Amérique du Nord, juin 2009)*

1)

Variétés	Violettes	Primevères	Marguerites
Effectifs	179	133	188
Fréquences	**0,358**	**0,266**	**0,376**

2) $\mathbf{500d_{obs}^2} = \left(f_V - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_P - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_M - \frac{1}{3}\right)^2 \approx \mathbf{3,481}$.

3) Le neuvième décile est la valeur de $500d_{obs}^2$ au-dessous de laquelle se situent 90 % des 2000 valeurs de la série statistique. Or $\frac{90}{100} \times 2000 = 1800$.

Intervalle auquel appartient $500d_{obs}^2$	0 ; 0,5[	[0,5 ;1[	[1 ;1,5[	[1,5 ;2[	[2;2,5[	[2,5 ;3[	[3 ;3,5[	[3,5 ;4[	[4 ;4,5[	[4,5 ;5[
Effectif cumulé croissant	163	602	1060	1410	1641	**1802**	1882	1929	1966	2000

Par conséquent, $\boldsymbol{D_9 \in [2,5\ ;\ 3[}$.

4) Comme $3,481 > D_9$, alors **on peut rejeter, avec un risque inférieur à 10 % que « la prairie est composée d'autant de fleurs de chaque variété »**.

Exercice 2 *(Amérique du Sud, novembre 2009)*

PARTIE 1

1) Voir ci-dessous.

2) $x_G = \frac{0+1+2+3+4+5}{6} = \frac{15}{6} = 2,5$ et $y_G = \frac{55+58+64+85+105+112}{6} = \frac{479}{6} \approx 79,8$.

Donc ***G*** **a pour coordonnées** $\boldsymbol{\left(2,5\ ;\frac{479}{6}\right)}$.

PARTIE 2

1) a) **À l'aide de la calculatrice une équation de la droite de régression *D* de *y* en *x* par la méthode des moindres carrés est :** $\boldsymbol{y = 12,8x + 47,9}$.

b) Voir ci-dessous.

2) Le rang de l'année 2011 est $x = 10$. Or $12,8 \times 10 + 47,9 = 175,9$.

En supposant que l'évolution constatée se maintienne, on peut prévoir un chiffre d'affaires de 175,9 milliers d'euros en 2011.

PARTIE 3

1) La courbe représentative de la fonction f passe par les points $A(0\ ;\ 55)$ et $B(5\ ;\ 112)$.

Par suite, on a $f(0)=55$ et $f(5)=112$. On en donc amené à résoudre le système suivant :

$\begin{cases} a\times b^0 = 55 \\ a\times b^5 = 112 \end{cases}$, c'est-à-dire $\begin{cases} a = 55 \\ a\times b^5 = 112 \end{cases}$.

Or $\begin{cases} a = 55 \\ a\times b^5 = 112 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} a = 55 \\ b^5 = \dfrac{112}{55} \end{cases}$, c'est-à-dire à $\begin{cases} a = 55 \\ b = \sqrt[5]{\dfrac{112}{55}} \approx 1{,}15 \end{cases}$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f(x) = 55\times(1{,}15)^x}$.

2) Calculons $f(10)$: $f(10)=55\times(1{,}15)^{10} \approx 222{,}51$.

Grâce à ce nouvel ajustement, on peut prévoir un chiffres d'affaires d'environ 222,51 milliers d'euros en 2011.

PARTIE 4

● *Utilisation de l'ajustement affine* : résolvons l'inéquation $12{,}8x+47{,}9 \geq 300$.

$12{,}8x+47{,}9 \geq 300 \iff 12{,}8x \geq 252{,}1 \iff x \geq 19{,}6$.

En utilisant l'ajustement affine, on peut estimer que le chiffre d'affaires dépassera 300 milliers d'euros pour la première fois en 2021.

● *Utilisation de l'ajustement exponentiel* : résolvons l'inéquation $55\times(1{,}15)^x \geq 300$.

$$55\times(1{,}15)^x \geq 300 \iff (1{,}15)^x \geq \frac{300}{55} \iff \ln\left[(1{,}15)^x\right] \geq \ln\left(\frac{60}{11}\right) \iff x\ln(1{,}15) \geq \ln\left(\frac{60}{11}\right).$$

Alors $x \geq \dfrac{\ln\left(\dfrac{60}{11}\right)}{\ln(1{,}15)}$, c'est-à-dire $x \geq 12{,}1$.

En utilisant l'ajustement exponentiel, on peut estimer que le chiffre d'affaires dépassera 300 milliers d'euros pour la première fois en 2014.