CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 1

Second degré et fonctions	***Pour le 5 octobre 2009***

<u>Exercice 1</u>

Soit (E) l'inéquation $\frac{8}{x+2} \leq \frac{12}{x+1} - 2$.

L'inéquation existe si $x+2$ et $x+1$ sont différents de 0. Donc l'intervalle d'étude est : $\mathrm{I} = \mathbf{R} \setminus \{-2\ ;\ -1\}$.

(E_2) équivaut à $\frac{8(x+1)}{(x+2)(x+1)} \leq \frac{12(x+2)}{(x+1)(x+2)} - \frac{2(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+2)}$, c'est-à-dire à

$\frac{2x^2+2x-12}{(x+2)(x+1)} \leq 0$. Or 2 est strictement positif, alors (E) équivaut à $\frac{x^2+x-6}{(x+2)(x+1)} \leq 0$.

Cherchons les racines du trinôme x^2+x-6 :

$\Delta = 1+24 = 25$; comme $\Delta > 0$, alors l'équation $x^2+x-6=0$ admet deux solutions $x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		2		$+\infty$
x^2+x-6		+	0	−	|	−	|	−	0	+	
$(x+2)(x+1)$		+	|	+	0	−	0	+	|	+	
$\frac{x^2+x-6}{(x+2)(x+1)}$		+	0	−	||	+	||	−	0	+	

Par conséquent, $\boldsymbol{S} = [\mathbf{-3\ ;\ -2}[\cup]\mathbf{-1\ ;\ 2}]$.

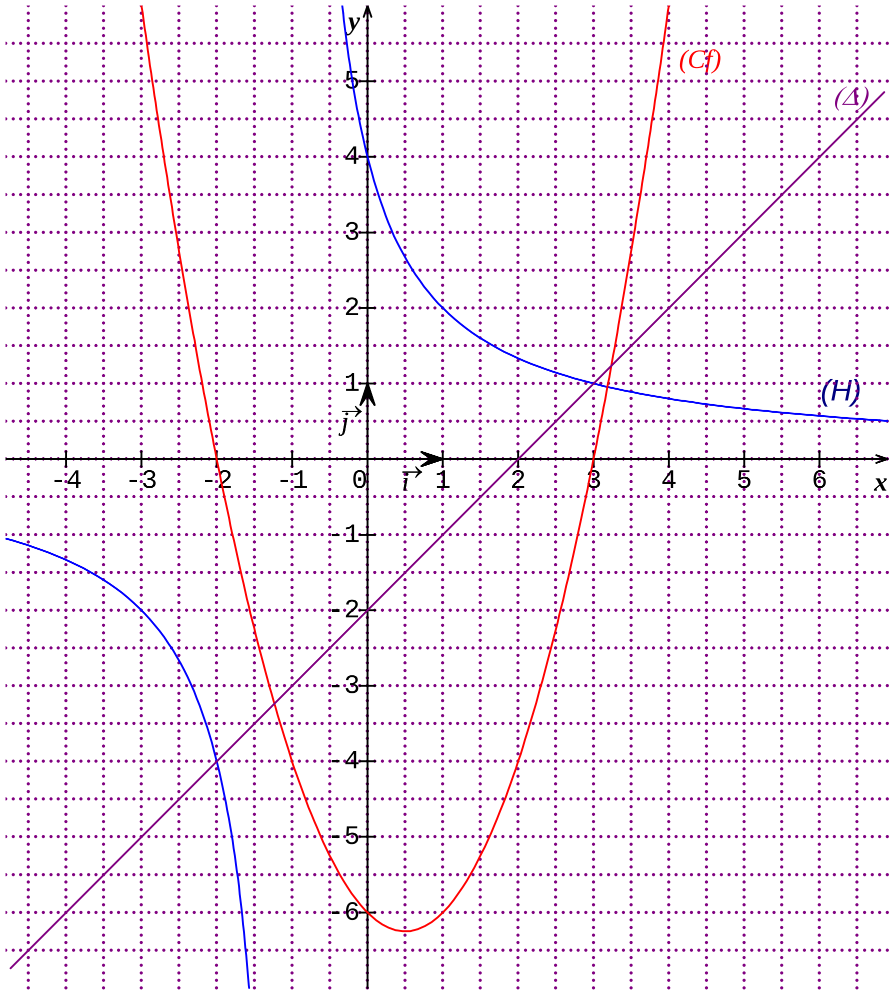
<u>Exercice 3</u>

1) a) Cherchons les racines du trinôme x^2-x-6 :

$\Delta = 1+24 = 25$; comme $\Delta > 0$, alors l'équation $x^2-x-6=0$ admet deux solutions $x_1 = \frac{1-5}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{1+5}{2} = 3$. Par conséquent :

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$\boldsymbol{f(x)}$		+	0	−	0	+	

b)



2) a) $g(x)$ s'écrit sous la forme $g(x) = mx + p$ car g est une fonction affine.

Or $m = \dfrac{g(4) - g(-3)}{4 - (-3)} = \dfrac{2 - (-5)}{7} = 1$.

De plus, $g(4) = 2$; d'où : $1 \times 4 + p = 2$, c'est-à-dire $p = -2$.

Par conséquent, $\boldsymbol{g(x) = x - 2}$.

b) Voir graphique précédent.

3) a) L'inéquation $g(x) \leq h(x)$ équivaut à $x - 2 \leq \dfrac{4}{x+1}$, c'est-à-dire à $\dfrac{x^2 - x - 6}{x+1} \leq 0$ ou encore à $\dfrac{f(x)}{x+1} \leq 0$.

L'inéquation existe si $x + 1$ est différent de 0. Donc l'intervalle d'étude est : $\mathrm{I} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

D'après la question 1) a), on en déduit que :

x	$-\infty$		-2		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$\dfrac{x^2+x-6}{(x+2)(x+1)}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

C. Lainé

Par conséquent, $\boldsymbol{S} = \left]-\infty \quad -2\right] \cup \left]-1 \quad 3\right]$.

b) D'après la question précédente, on conclut que :

- (*H*) est au dessus de (Δ) sur $\left]-\infty \quad -2\right]$ et sur $\left]-1 \quad 3\right]$;

- (*H*) est au dessus de (Δ) sur $\left[-2\ ;\ -1\right[$ et sur $\left[3\ ;\ +\infty\right[$.