DEVOIR MAISON N° 5

Coût total, coût marginal et primitives	Pour le 27 novembre 2009

Exercice 1

Dans une usine produisant une quantité x (en milliers de pièces), variant entre 0 et 10, on constate que le coût marginal de fabrication (en euros) est :

$$C_m(x) = 4x^2 - 56x + 700 - \frac{500x}{(x+2)^3}.$$

On admettra que la fonction coût total C_t admet C_m pour dérivée, et qu'en cas de production nulle, le coût total est nul.

1) Déterminer une fonction F, primitive de la fonction f sur $[0\,;10]$ définie par $f(x) = 4x^2 - 56x + 700$.

2) Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x de $[0\,;10]$,

$$\frac{x}{(x+2)^3} = \frac{a}{(x+2)^2} + \frac{b}{(x+2)^3}.$$

3) En déduire une fonction G, primitive de la fonction g sur $[0\,;10]$ définie par $g(x) = \frac{x}{(x+2)^3}$.

4) Donner une primitive H de C_m sur $[0\,;10]$.

5) En déduire $C_t(x)$, puis le coût total associé à la production de 4000 pièces.

Exercice 2

Une entreprise fabrique un produit spécifique se vendant au poids. Le patron constate que le coût marginal est donné (en milliers d'euros par tonne) sur $[0\,;10]$ par $f(x) = 1 + \frac{9x}{(x+2)^3}$ où x est le nombre de tonnes de produit.

1) Calculer la dérivée de la fonction G définie sur $[0\,;10]$ par $G(x) = \frac{x+1}{(x+2)^2}$.

2) En déduire une primitive F de f sur $[0\,;10]$.

3) On admet que la fonction C_t donnant le coût total de fabrication (en milliers d'euros) à partir du nombre de tonnes de produit à fabriquer, admet la fonction f comme dérivée et vérifie de plus que le coût total est nul pour une production nulle. Calculer $C_t(x)$.

4) Quelles sont les variations de C_t ?

5) L'entreprise vend son produit 1000 euros par tonne. Expliciter la fonction $B(x)$ donnant le bénéfice effectué sur la vente de x tonnes de produit (pour x dans $[0\,;10]$).

6) Vérifier que $B'(x) = 1 - f(x)$.

7) Quelles sont les variations de B ?

C. Lainé