CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 7

Ajustement affine et probabilités conditionnelles	***Pour le 18 janvier 2010***

Sujet donné en Amérique du Sud, en novembre 2006

PARTIE A : Dans le service de soins A

1) **À l'aide de la calculatrice, la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés, est : $y = -1,7x + 52,7$**.

2) On remplace x par 12 dans l'équation précédente ; en effet, le mois de décembre 2006 correspond au rang 12. On obtient : $-1,7\times 12+52,7=32,3\approx 32$.
Par conséquent, **en utilisant cet ajustement, on peut prévoir environ 32 prises de sang en décembre 2006**.

PARTIE B : Dans l'ensemble des trois services de soins

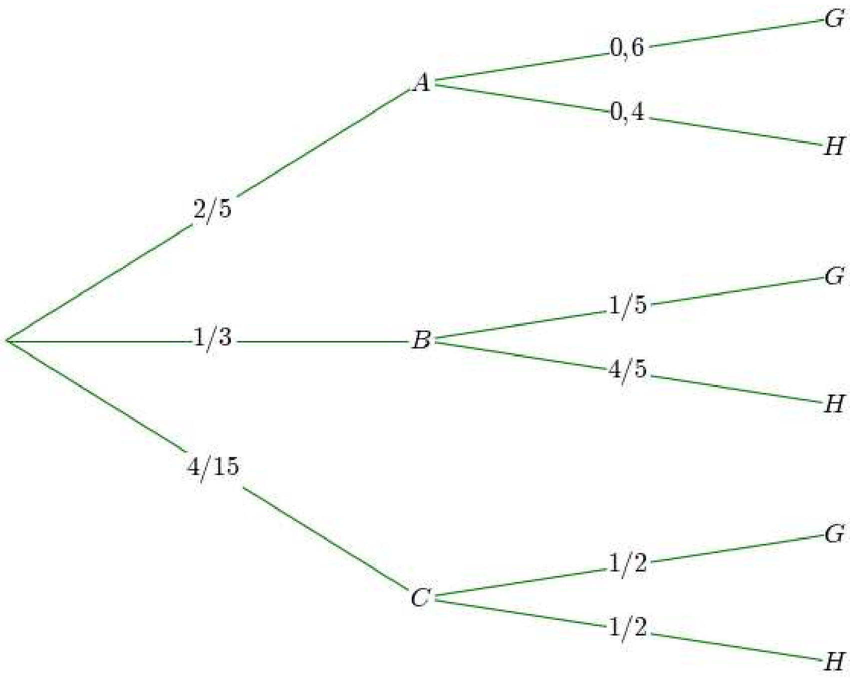
1) Comme 40% des prises de sang sont effectuées dans le service de soins A, alors $p(A)=0,4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

Comme le un tiers le sont dans le service de soins B, $p(B)=\frac{1}{3}$.

Le reste est dans le service C, alors $p(C)=1-\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{15-6-5}{15}=\frac{4}{15}$.
Dans le service de soins A, 60% des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX, alors $p_A(G)=0,6$. D'où : $p_A(H)=1-0,6=0,4$.

Dans le service de soins B, $\frac{4}{5}$ des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire HEMATIS, alors $p_B(H)=\frac{4}{5}$. D'où : $p_B(G)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$.
Dans le service de soins C, il y a autant de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX que de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire HEMATIS. D'où : $p_C(H)=p_C(G)=\frac{1}{2}$.

On en déduit l'arbre pondéré suivant :



2) On recherche $p(B \cap H)$. Or $p(B \cap H) = p(B) \times p_B(H) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$.

La probabilité de l'évènement « Le patient a subi une prise de sang dans le service de soins B avec une aiguille fournie par le laboratoire HEMATIS » est égale à $\frac{4}{15}$.

3) On recherche $p(H)$. Les événements A, B et C forment une partition de l'univers.
D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} p(H) &= p(A \cap H) + p(B \cap H) + p(C \cap H) \\ &= p(A) \times p_A(H) + \frac{4}{15} + p(C) \times p_C(H) \\ &= \frac{2}{5} \times 0,4 + \frac{4}{15} + \frac{4}{15} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{4}{15} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{4}{25} + \frac{4}{15} + \frac{2}{15} \\ &= \frac{12+30}{75} = \frac{42}{75} = \frac{14}{25} \end{aligned}$$

Par conséquent, **la probabilité de l'événement H est égale à $\frac{14}{25}$, c'est-à-dire 0,56**.

3) On recherche $p_H(B)$. Or $p_H(B) = \frac{p(H \cap B)}{p(H)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{14}{25}} = \frac{4}{15} \times \frac{25}{14} = \frac{2^2 \times 5^2}{3 \times 5 \times 2 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$.

La probabilité que la prise de sang ait été effectuée dans le service de soins B sachant que l' aiguille est fournie par le laboratoire HEMATIS est égale à $\frac{10}{21}$.