BACCALAURÉAT BLANC			
Mathématiques	**Classe de TES**	**Durée 3 heures**	**Février 2010**

COLLÈGE PROTESTANT FRANÇAIS

OBLIGATOIRE

L'utilisation de la calculatrice est autorisée

Du papier millimétré est à la disposition des candidats

Ce sujet comporte pages numérotées de 1 à 5

On rappelle que toute communication entre les candidats est interdite.
L'échange de matériel durant l'épreuve (papier millimétré, correcteur, rapporteur….) est notamment proscrit.

Le candidat devra traiter la totalité du présent sujet.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : *(5 points)*

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la bonne affirmation. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

1) La fonction $F : x \mapsto 5+\ln(2x+10)$ est une primitive sur $[0\ ;\ +\infty[$ de la fonction f définie par :

- ☐ $f(x)=\dfrac{1}{x+5}$
- ☐ $f(x)=\dfrac{1}{2x+10}$
- ☐ $f(x)=5+\dfrac{1}{x+5}$

2) Soit u une fonction strictement positive sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$. Si $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=0$ alors :

- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left[u(x)\right]=+\infty$
- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left[u(x)\right]=-\infty$
- ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left[u(x)\right]=0$

3) Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côté face est égale à $\dfrac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?

- ☐ $\dfrac{18}{81}$.
- ☐ $\dfrac{72}{81}$
- ☐ $\dfrac{65}{81}$

4) Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire au hasard, avec remise, n fois de suite une boule (avec $n>1$). Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?

- ☐ $1-\dfrac{1}{2^n}$
- ☐ $1-\dfrac{1}{2^{n-1}}$
- ☐ $1-\dfrac{1}{2^{2n}}$

5) Un véhicule coûte 15 000 € en 2008. Il se déprécie de 10 % par an (c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 10 % par an). Sa valeur à la vente au bout de cinq ans sera de :

- ☐ 7500 €
- ☐ 8857,35 €
- ☐ 5000 €

Exercice 2 : *(5 points)*

Élèves n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros depuis 2001.

Date	1/07/2001	1/07/2002	1/07/2003	1/07/2004	1/07/2005	1/07/2006	1/07/2007
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur en euros y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44

1) Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 1 rang en abscisse et 5 cm représentent 1 € en ordonnée faire débuter la graduation à 6 sur l'axe des ordonnées).

2) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).
Tracer cette droite dans le repère précédent.

3) La forme du nuage suggère une modification de l'évolution du SMIC horaire brut à partir de juillet 2004. Pour $x \geq 4$, on choisit d'ajuster le nuage de points par une courbe $\mathscr{C}$ d'équation

$y = a\ln(x-3)+b$ où a et b sont deux réels. Déterminer les réels a et b tels que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $(4\ ;\ 7{,}61)$ et $(7\ ;\ 8{,}44)$ (arrondir les réels a et b à 10^{-2}).
Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère précédent.

4) Arthur est un jeune salarié, rémunéré au SMIC. Il souhaite estimer la valeur du SMIC au 1er juillet 2009. Quel est, parmi les modèles utilisés aux questions 2) et 3), celui qui lui sera le plus favorable ?

Exercice3 : *(5 points)*

Commun à tous les candidats

Au rayon « image et son » d'un grand magasin, un téléviseur et un lecteur de DVD sont en promotion pendant une semaine. Une personne se présente :

- la probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\frac{3}{5}$;
- la probabilité qu'elle achète le lecteur DVD si elle achète le téléviseur est $\frac{7}{10}$;
- la probabilité qu'elle achète le lecteur DVD si elle n'achète pas le téléviseur est $\frac{1}{10}$.

On désigne par T l'événement : « la personne achète le téléviseur » et par L l'événement : « la personne achète le lecteur de DVD ».

On notera $\overline{T}$ et $\overline{L}$ les événements contraires respectifs de T et de L.

1) Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre de probabilités.

2) Déterminer les probabilités des événements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions) :

a) « la personne achète les deux appareils ».

b) « la personne achète le lecteur de DVD ».

c) « la personne n'achète aucun des deux appareils ».

3) Montrer que, si la personne achète le lecteur de DVD, la probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\frac{21}{23}$.

4) Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 € et le lecteur de DVD 200 €.

Pendant cette semaine, le magasin fait une remise de 15% pour l'achat d'un seul des deux appareils et de 25% pour l'achat des deux appareils.

On désigne par D la dépense effective (en €) de la personne.

a) Déterminer les valeurs possibles de D.

b) Déterminer la loi de probabilité de D.

c) Calculer l'espérance mathématique de D.

d) Le responsable du rayon « image et son » prévoit qu'il se présentera dans la semaine 80 personnes intéressées par ces deux appareils.

Quel chiffre d'affaires peut-il espérer effectuer sur la vente de ces deux appareils ?

Exercice 4 : *(5 points)*

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O\ ;\vec{i},\ \vec{j}\right)$.

1) On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x)=\ln(x)+2x^2-3$.

Le tableau de variation de la fonction g est donné ci-dessous :

x	0		α		$+\infty$
g	‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

En utilisant une calculatrice on a obtenu $\alpha \approx 1{,}19$.

Dresser le tableau donnant le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

2) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x)=\dfrac{2}{x}-\dfrac{\ln(x)}{x}+2x-5$.

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère $\left(O\ ;\vec{i},\ \vec{j}\right)$.

a) Déterminer la limite de la fonction f en 0.

b) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

3) On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a) Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ et dresser son tableau de variations.

c) Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x supérieur ou égal à e.

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

4) Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $h(x)=(\ln x)^2$.

a) Calculer la dérivée h' de h.

b) En remarquant que pour tout x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, on a : $f(x)=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{2}h'(x)+2x-5$, trouver une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

c) Calculer $F\left(\mathrm{e}^2\right)-F(\mathrm{e})$. Donner la valeur exacte du résultat.