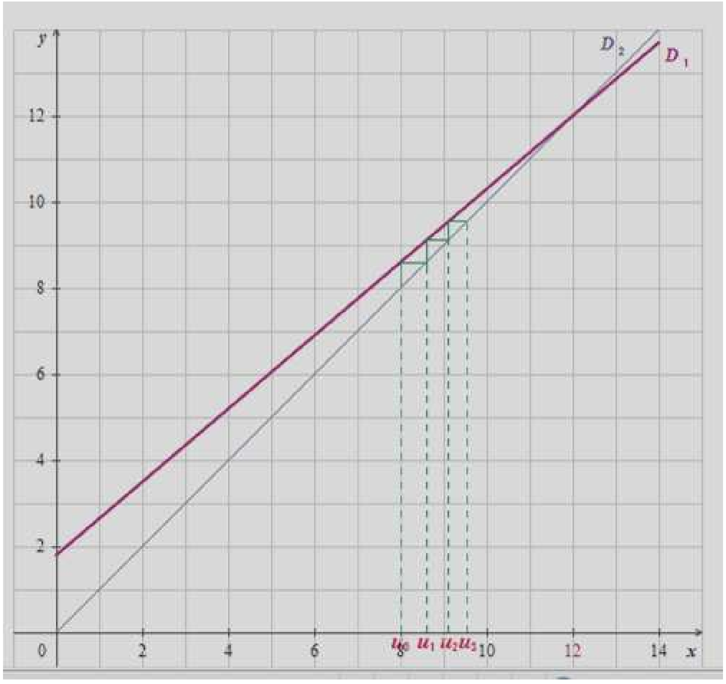
CORRIGE DU DEVOIR COMMUN N° 2 : Exercice de Spécialité	
Suites récurrentes d'ordre 1	***janvier 2010***

Polynésie 2009

1)

a) et b) Soit D_1 et D_2 les droites d'équation y =0,85x+1,8 et y = x respectivement.



c) <u>*Facultatif :*</u> Si la suite (u_n) converge vers une limite ℓ quand n tend vers l'infini alors ℓ est solution de l'équation : $\ell=0,85\times\ell+1,8\Leftrightarrow\ell=12$
Graphiquement, cela signifie que si la suite un converge vers une limite ℓ quand n tend vers l'infini alors ℓ est l'abscisse du point d'intersection des droites d'équations y = 0,85x+1,8 et y = x.

La suite (u_n) semble converger vers 12.

2)

a)Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n=u_n-12$.

Pour tout entier naturel n : $v_{n+1}=u_{n+1}-12 =0,85u_n+1,8-12 =0,85\ u_n-10,2 =0,85u_n-12 =0,85v_n$

Ainsi, pour tout entier naturel n, $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}=0,85$.

Donc la suite (v_n)est une suite géométrique de raison 0,85.

Le terme initial de la suite (v_n) est : $v_0=u_0-12$. Soit, $v_0=8-12= -4$

La suite (v_n)est une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme $v_0=-4$

b) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,85 et de premier terme $v_0=-4$, alors pour tout entier naturel n, $v_n = -4\times(0,85)^n$

Or pour tout entier naturel n, $v_n=u_n-12$. D'où pour tout entier naturel n, $-4\times(0,85)^n = u_n - 12 \Leftrightarrow$ $u_n = -4\times(0,85)^n + 12$

Ainsi, pour tout entier naturel n, $u_n = 12 - 4\times(0,85)^n$

c) Pour étudier le sens de variation de la suite (u_n) on étudie le signe de $u_{n+1}-u_n$.

$u_{n+1}-u_n = 12-4\times(0,85)^{n+1} - 12 + 4\times(0,85)^n = 4\times 0,85^n(0,85-1) = 0,6\times 0,85^n$

or, $0,85^n > 0 \, et \, 0,6 > 0$

d'où, $u_{n+1} - u_n > 0$ et par suite, la suite (u_n) est croissante.

d) $0 < 0,85<1$ donc,

$\lim\limits_{n\to+\infty} 0,85^n = 0, donc\ par\ produit\ de\ limites$

$\lim\limits_{n\to\infty} -4\times 0,85^n = 0\ par\ suite\ et\ par\ somme\ de\ limites : \lim\limits_{n\to\infty} 12-4\times 0,85^n = 12$

alors la suite (u_n) converge vers 12.

3)

a) D'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas donc d'une année sur l'autre, 85 % des abonnés renouvellent leur abonnement.

Soit u_n le nombre de milliers d'abonnés en (2008 + n) nous avons :$u_0=8$ et pour tout entier naturel n,

$u_{n+1}= 0,85u_n+1,8$

Ainsi, la situation est modélisée par la suite un où un désigne le nombre de milliers d'abonnés en (2008 + n).

b) En utilisant la question 2. b. calculer une estimation du nombre d'abonnés en 2014.

Le rang n de l'année 2014 est 6 et $u_6=12-4\times0,85^6\approx10,491$

En 2014, il y aura environ 10 491 abonnés.

c) D'après la question 2.d., la limite de la suite (u_n) est égale à 12. Donc, le nombre d'abonnés ne dépassera jamais les 12000 abonnés.