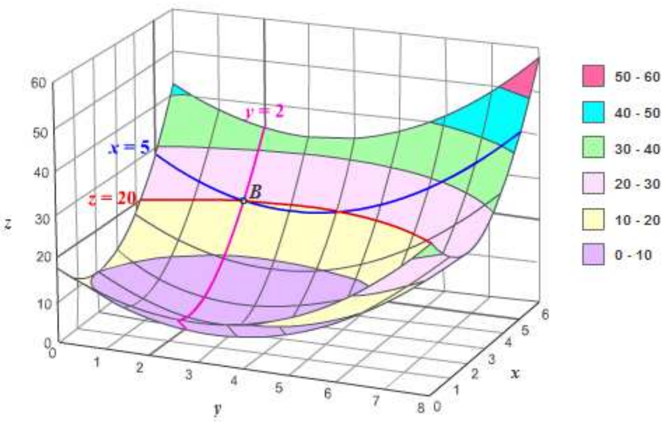
Collège Protestant Français		
Géométrie dans l'espace : ***Fonction de deux variables***	**Corrigé Devoir commun no 3**	**TES spé**

1- a) $3 \in [0 ; 6]$ et $2 \in [0 ; 8]$ et $2\times3^2 - 8\times3 + 2^2 - 6\times2 + 18 = 4$

D'où, les coordonnées du point A ne vérifient pas l'équation de la surface S et par suite, A n'appartient pas à la surface S.

b) Pour placer le point B il faut calculer sa cote : $z = 2\times5^2 - 8\times5 + 2^2 - 6\times2 + 18 = 20$

Donc, le point B est le point d'intersection des lignes de niveau x = 5, y = 2 et z = 20.



c) Si y = 2 alors : $z = 2x^2 - 8x + 2^2 - 6\times2 + 18 \Leftrightarrow z = 2x^2 - 8x + 10$

Par suite, la section de la surface S par le plan d'équation y = 2 est donc l'ensemble des points M (x ; y ; z) tels que $\begin{cases} z = 2x^2 - 8x + 10 \\ y = 2 \end{cases}$

Soit une parabole d'équation $z = 2x^2 - 8x + 10$ dans le plan y = 2.

2- a) Les points M(x ; y ; z) dont les coordonnées vérifient x+y = 5 est un plan parallèle à l'axe (Oz).

b) $x+y = 5 \Leftrightarrow y = 5 - x$ Sous cette contrainte, z peut s'écrire :

$z = 2x^2 - 8x + (5 - x)^2 - 6\times(5 - x) + 18 \Leftrightarrow z = 2x^2 - 8x + x^2 - 10x + 25 - 30 + 6x + 18$

$\Leftrightarrow z = 3x^2 - 12x + 13$

Donc, sous la contrainte x + y = 5 , $z = 3x^2 - 12x + 13$

c) La fonction g définie par $g(x) = 3x^2 - 12x + 13$ est une fonction polynôme du second degré avec a= 3, b=-12 et c = 13.

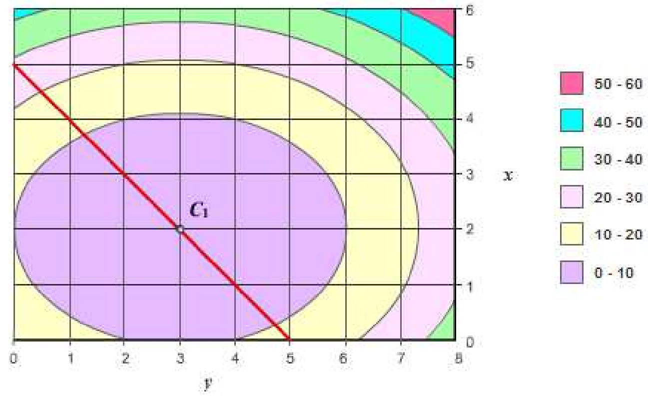
La fonction g admet donc un minimum atteint pour $x = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2\times3} = 2$

Or, x + y = 5 d'où y = 3 et par suite $z = 3\times2^2 - 12\times2 + 13 = 1$

Les coordonnées du point C sont alors C(2 ; 3 ; 1).

Sous la contrainte d'une production totale de 5 tonnes, le coût de production minimal est de 1000 € atteint avec une production de 2 tonnes de savons et 3 tonnes de bougies parfumées.

d)



L'intersection du plan x + y = 5 avec le plan de base (xOy) est une droite. Son équation dans le plan de base (xOy) est x + y = 5.
Pour x = 0 y = 5 et pour y = 0 x = 5. Cette droite passe donc par les points de coordonnées (0 ; 5 ; 0) et (5 ; 0 ; 0).
Le projeté du point C(2 ; 3 ; 1) sur le plan de base (xOy) est le point C_1(2 ; 3 ; 0).