

# DEVOIR SURVEILLÉ N° 4

*Primitives*

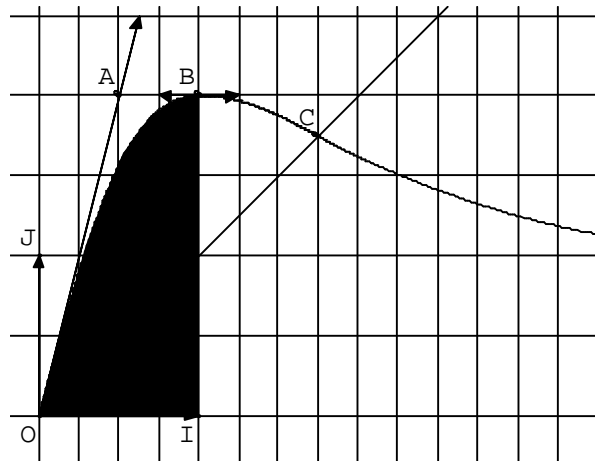
*Le 7 décembre 2009*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. La calculatrice n'est pas autorisée.*

**Exercice 1** (4 points)

Dans un repère orthonormal du plan  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  d'unités graphiques 2 cm, la courbe  $(\Gamma)$ , tracée ci-dessous, est la représentation graphique d'une fonction  $g$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0 ; 3,5]$ .

- $I$  et  $J$  sont les points du plan tels que  $\overline{OI} = \vec{i}$  et  $\overline{OJ} = \vec{j}$ ,
- $C$  est le point de  $(\Gamma)$  situé sur la bissectrice de l'angle  $\widehat{IOJ}$ ,
- $(OA)$  est la tangente en  $O$  à  $(\Gamma)$



1) Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

- a) Quel est le tableau de variation de  $g$  sur  $[0 ; 3,5]$  ?
- b) Quelles sont les valeurs de  $g'(0)$  et de  $g'(1)$  ?
- c) Quelles sont les coordonnées du point  $C$  ?

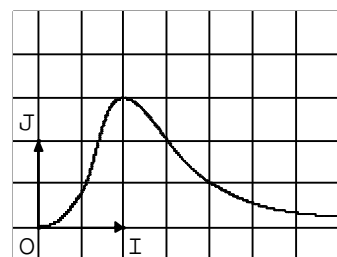
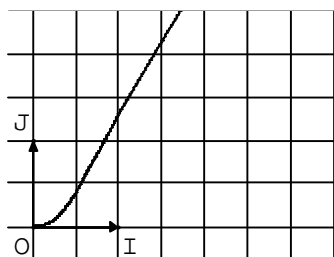
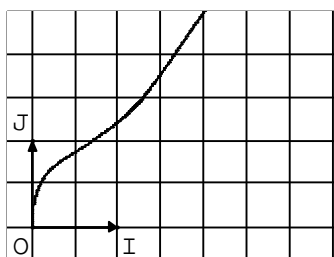
2) On suppose que l'une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la primitive de la fonction  $g$  s'annulant en 0.

En justifiant l'élimination de deux courbes, indiquer celle qui est la représentation graphique de cette primitive.

**Courbe n°1**

**Courbe n°2**

**Courbe n°3**



**Exercice 2** (8 points)

Quelles sont les primitives des fonctions suivantes sur l'ensemble  $I$  donné ?

1)  $f(x) = 25x^3 - 12x^2 + 1 - \frac{1}{x^3}$  ;  $I = ]0 ; +\infty[$

2)  $g(x) = \frac{7x^3 + x^2 - 1}{x^2}$  ;  $I = ]0 ; +\infty[$

3)  $l(x) = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$  ;  $I = \mathbf{R}$

4)  $h(x) = \frac{3x}{(1+x^2)^2}$  ;  $I = \mathbf{R}$

5)  $m(x) = (x-2)(x^2 - 4x)^3$  ;  $I = \mathbf{R}$

**Exercice 3** (3 points)

Soit  $F$  et  $G$  les fonctions définies sur  $I = ]-1 ; +\infty[$  par  $F(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$  et

$$G(x) = x - 2 + \frac{1}{x+1}.$$

Montrer que  $F$  et  $G$  sont deux primitives sur  $]-1 ; +\infty[$  d'une même fonction  $f$  que l'on précisera.

**Exercice 4** (5 points)

1) Donner une primitive de chacune des fonctions  $x \mapsto \frac{1}{(x-1)^3}$  et  $x \mapsto \frac{1}{(x-1)^4}$ , définies sur

$I = ]1 ; +\infty[$ .

2)  $f$  est la fonction définie sur  $I$  par  $f(x) = \frac{x}{(x-1)^4}$ .

a) Trouver des réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(x) = \frac{a}{(x-1)^3} + \frac{b}{(x-1)^4}$ .

b) En déduire les primitives de  $f$  sur  $I$ .

c) Déterminer la primitive  $F$  de la fonction  $f$  telle que  $F(2) = 0$ .