

DEVOIR SURVEILLÉ N° 5

*Probabilités conditionnelles et
fonction logarithme népérien*

Le 11 janvier 2010

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points) (France, septembre 2008)

Le jeu d'échecs est un jeu à deux joueurs. L'un joue avec des pièces et pions clairs appelés « blancs », l'autre avec des pièces et pions foncés appelés les « noirs ». Une partie d'échecs se termine soit par la victoire des « blancs », soit par la victoire des « noirs », soit par un nul sans vainqueur.

Le président d'un club d'échecs a établi une enquête statistique sur les parties jouées par ses adhérents lors de tournois avec d'autres clubs, depuis la création de ce club.

Pour les adhérents de ce club, l'analyse des résultats a conduit aux constatations suivantes :

- 45 % des parties ont été jouées avec les blancs,
- 70 % des parties jouées avec les blancs ont été gagnantes,
- 25 % des parties jouées avec les blancs ont été perdantes,
- 4 % des parties jouées avec les noirs ont fini par un nul,
- pour les parties jouées avec les noirs, il y a eu autant de parties gagnées que perdues.

Le président de ce club choisit au hasard une partie jouée par un de ses adhérents pour l'étudier.

On appellera :

- B* l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les blancs »,
- N* l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les noirs »,
- V* l'évènement : « La partie choisie se termine par une victoire »,
- E* l'évènement : « La partie choisie se termine par un nul »,
- D* l'évènement : « La partie choisie se termine par une défaite ».

- 1) Déterminer la probabilité de l'évènement *N*.
- 2) Représenter la situation par un arbre pondéré.
- 3) Justifier que la probabilité de l'évènement « La partie choisie est jouée avec les noirs et est gagnée » est égale à 0,264.
- 4) Calculer la probabilité que la partie choisie se termine par une victoire.
- 5) Sachant que la partie choisie se termine par une victoire, calculer la probabilité qu'elle ait été jouée avec les noirs et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

Exercice 2 (5 points)

Dans cet exercice, les calculs de probabilité seront donnés sous forme de fraction irréductible, puis seront arrondis à 10^{-3} près.

La documentaliste d'un lycée effectue une enquête auprès de 500 élèves entrant au CDI afin de connaître le nombre d'ouvrages consultés selon la fréquentation du CDI. On obtient les résultats suivants :

- 18% des élèves consultent un seul ouvrage par visite et, parmi ceux-ci, 90% viennent au moins une fois par semaine ;
- 125 élèves viennent moins d'une fois par semaine et 16% d'entre eux consultent entre deux et cinq ouvrages par visite ;
- 45% des élèves viennent au moins une fois par semaine et consultent chaque fois plus de cinq ouvrages.

1) Compléter le tableau des **effectifs** ci-dessous.

Fréquentation	Au moins une fois par semaine	Moins d'une fois par semaine	Totaux
Nombre d'ouvrages consultés			
Un ouvrage			
De deux à cinq ouvrages			
Plus de cinq ouvrages			
Totaux			500

- 2) On prend au hasard un élève fréquentant le CDI et on considère les événements :
- A : " L'élève vient au moins une fois par semaine au CDI " ;
 - B : " L'élève consulte de deux à cinq ouvrages " ;
 - C : " L'élève consulte au moins deux ouvrages " ;
 - D : " L'élève vient au moins une fois par semaine au CDI et consulte entre 2 et 5 ouvrages " .
- Calculer la probabilité des événements A, B, C, D et $A \cup B$.
- 3) a) On considère un élève qui vient au moins une fois par semaine au CDI.
Quelle est la probabilité qu'il consulte de 2 à 5 ouvrages ?
- b) On considère un élève qui consulte de 2 à 5 ouvrages.
Quelle est la probabilité qu'il vienne au moins une fois par semaine au CDI ?

Exercice 2 (7 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

- 1) $\ln(x+2) = \ln(2x+1)$.
- 2) $\ln(x) + \ln(x+1) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$.
- 3) $\ln(x+2) > 0$.
- 4) $\ln(2x+2) > \ln(1-x)$.

Exercice 4 (3 points)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles A, B, C ou D.
Pour chacune de ces questions, une seule réponse est exacte.
On demande de recopier le numéro de chaque question, puis d'écrire clairement en face de ce numéro la lettre A, B, C ou D, sans justification. Toute réponse raturée ou difficilement lisible sera considérée comme fausse.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse à une question ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

<p>1) Si $f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 1}{x}$, alors une primitive F de f sur $]0; +\infty[$ est définie par :</p>	<p>A. $F(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - x$</p> <p>B. $F(x) = x^2 + 5x + \ln x - 1$</p> <p>C. $F(x) = x^2 + 5x - \ln x + 1$</p> <p>D. $F(x) = \frac{(4x+5) \times x - (2x^2 + 5x - 1)}{x^2}$</p>
--	---

<p>2) Si x et y sont des réels strictement positifs, alors :</p>	<p>A. $\frac{\ln x}{\ln y} = \ln(x - y)$</p> <p>B. $\ln\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) = \ln x - 0,5 \ln y$</p> <p>C. $\ln(x + y) = \ln(xy)$</p> <p>D. $\ln(x^2 - y) = 2 \ln x - \ln y$</p>
<p>3) $\ln(16e^2) - 2 \ln(8\sqrt{e}) =$</p>	<p>A. $1 - 2 \ln 2$</p> <p>B. $\ln(4e)$</p> <p>C. $16 \ln e^2 - 16 \ln \sqrt{e}$</p> <p>D. $1 + \ln 2$</p>