SUJETS DE BAC	
Croissance exponentielle, pourcentages et suites	***Terminale ES***

<u>Exercice 1</u> (*Polynésie, septembre 2006*)
On suppose qu'un indice, calculé quotidiennement, n'évolue d'un jour à l'autre que de trois façons possibles soit il diminue de 10 %, soit il est stable, soit il augmente de 10 %. On note $i_0 = 100$ l'indice de départ et i_n l'indice au bout de n jours.

1) a) Si pendant dix jours consécutifs il y avait trois jours de hausse, puis quatre jours de stabilité, puis trois jours de baisse, quel serait, arrondi au centième, l'indice final i_{10} ?
Quelle serait l'évolution en pourcentage par rapport à i_0 ?
b) On suppose que l'indice augmente tous les jours. Montrer que la suite (i_n) des indices est une suite géométrique, dont on précisera le terme initial et la raison.
Dans ce cas déterminer au bout de combien de jours cet indice dépassera la valeur 1 000.
2) Une étude a montré que, chaque jour, l'indice augmente de 10 % avec une probabilité égale à 0,3, diminue de 10 % avec une probabilité égale à 0,2 et reste stable avec une probabilité égale à 0,5. L'évolution d'un jour à l'autre est indépendante de l'évolution des jours précédents. On s'intéresse maintenant à l'évolution de cet indice sur deux jours. On note X la valeur de l'indice i_2 au bout de deux jours.
a) Construire un arbre de probabilités illustrant l'évolution de cet indice sur deux jours.
b) Recopier et compléter le tableau suivant, donnant la loi de probabilité de X où les x_i sont les valeurs possibles de X et p_i la probabilité que X soit égale à x_i.

x_i	81	90		100	110	121
p_i		0,2	0,12	0,25		

c) Calculer l'espérance mathématique de X.

<u>Exercice 2</u> (*La Réunion, septembre 2006*)
On étudie l'évolution de la population d'une ville au cours du temps.
Le tableau suivant donne le nombre d'habitants au 1er janvier de chaque année (exprimé en milliers).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Nombre d'habitants	10,5	11,5	12,9	14,5	15,4	16,9

Partie A

1) Calculer l'accroissement relatif de la population du 1er janvier 2000 au 1er janvier 2005 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
2) Si le taux d'augmentation de cette population d'une année à l'autre du 1er janvier 2000 au 1er janvier 2005 avait été fixe et égal à 10 %, quel résultat aurait-on obtenu pour la population le 1er janvier 2005 à partir du nombre d'habitants au 1er janvier 2000 (donner la valeur décimale arrondie au dixième) ?

Partie B

On modélise de façon continue l'évolution de cette population (exprimée en milliers d'habitants) pour une période de 8 années en utilisant la fonction *f* définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$ par $f(x)=10{,}5\times(1{,}1)^x$. Le nombre réel *x*, exprimé en années, représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 2000 ; ainsi le nombre $f(0)=10{,}5$ représente le nombre d'habitants (en milliers) au 1er janvier 2000 (c'est-à-dire la population initiale).

1) a) Calculer le nombre $f(6{,}5)$, c'est-à-dire le nombre d'habitants (en milliers), que l'on peut prévoir en utilisant ce modèle pour le 1er juillet 2006 (donner la valeur décimale arrondie au dixième).
b) En utilisant ce modèle quel nombre d'habitants (en milliers) peut-on prévoir au 1er janvier 2007 (donner la valeur décimale arrondie au dixième) ?

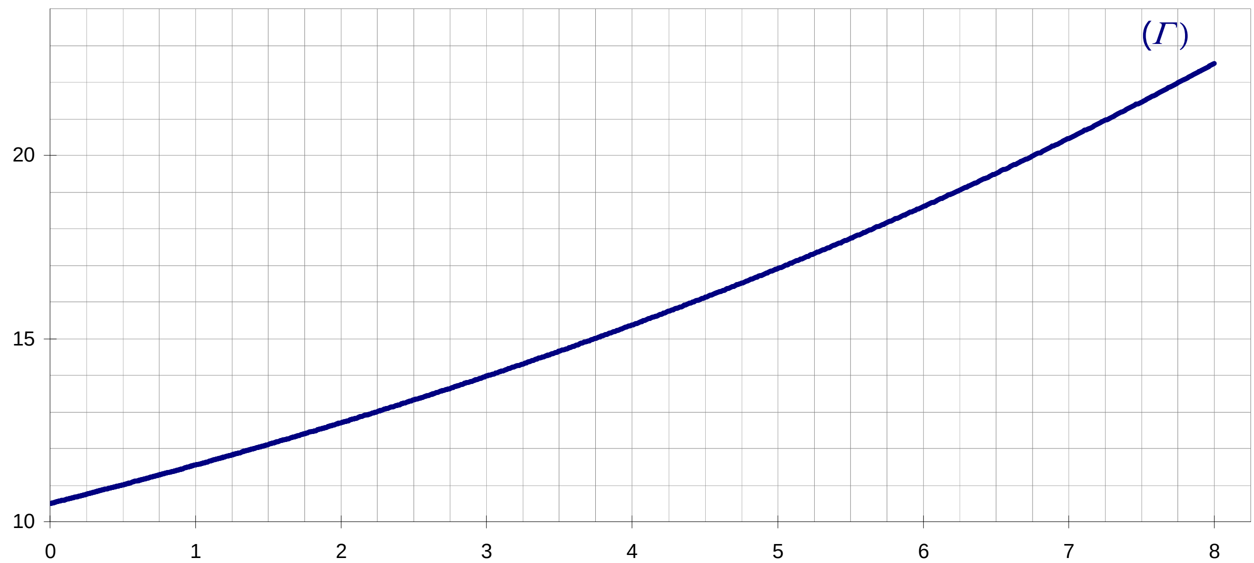
2) Sur l'**Annexe**, à rendre avec la copie, on a tracé la représentation graphique (Γ) de la fonction *f*, dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Utiliser le graphique (laisser apparents les traits de construction) pour donner le nombre d'habitants (en milliers) au 1er octobre 2003.

3) On cherche à évaluer le temps minimum t écoulé depuis le 1er janvier 2000, nécessaire pour que la population initiale double.
a) À l'aide du graphique et en laissant apparents les traits de construction, donner une valeur approchée de t exprimée en années et en trimestres.
b) Déterminer t par le calcul (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

Rappel de définitions

On désigne par y_1 et y_2 des nombres réels strictement positifs $y_1 > y_2$.
L'accroissement absolu de y_1 à y_2 est égal à $y_2 - y_1$.
L'accroissement relatif de y_1 à y_2 est égal à $\dfrac{y_2 - y_1}{y_1}$.

Annexe



C. Lainé

<u>Exercice 3</u> *(Amérique du Sud, novembre 2006)*

Pour cet exercice, il est conseillé aux candidats d'expliquer leurs recherches sur leur copie car toute démarche correcte, y compris avec la calculatrice, sera valorisée même si elle ne permet pas d'aboutir au résultat demandé.

Bruno a occupé un emploi saisonnier du 1er juin 2005 au 30 septembre 2005 en tant que commercial pour une entreprise de produits surgelés. Pour ses besoins professionnels, il a utilisé un téléphone portable et l'opérateur téléphonique lui a proposé la formule suivante :

- au 1er juin, il disposait d'un forfait de 420 minutes de communication ; au Ier juillet, il lui restait 300 minutes sur son forfait et l'opérateur lui a offert une durée supplémentaire de communication égale à t % de la durée restante sur son forfait avec $5 < t < 20$;

- en juillet, il a consommé 120 minutes, et au 1er août, l'opérateur lui a à nouveau offert une durée supplémentaire de communication égale à t %de la durée restante sur son forfait ;

- en août, il a consommé 120 minutes, et au 1er septembre, l'opérateur lui a encore offert une durée supplémentaire de communication égale à t % de la durée restante sur son forfait ;
- en septembre, il a consommé 120 minutes, et au 1er octobre il a rendu son téléphone en ayant tout consommé.

Déterminer une approximation à 10^{-2} près de la valeur de t.

<u>Exercice 4</u> *(Amérique du Nord, juin 2005)*

Les deux questions sont indépendantes. Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 30% en cinq ans.

1) On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année.
Vérifier que ce pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 6,89 %.
2) La première année cet impôt baisse de 5 %, la deuxième année la baisse est de 1 % et la troisième année de 3 %.
   a) Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme de ces trois premières années ?
   b) Pour atteindre son objectif, quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux dernières années ?

<u>Exercice 5</u> *(Amérique du Nord, juin 2004)*

Une grande entreprise publie chaque année son chiffre d'affaires, en millions d'euros.
Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires des années 1995 à 2001.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i en millions d'euros	20,4	24,2	33,8	38,6	49	53,9	59,29

Le nuage des points M_i associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un plan rapporté à un repère orthogonal est donné en **annexe**.

1) Répondre sans justification par Vrai ou Faux aux 4 affirmations suivantes :
Les pourcentages sont arrondis au dixième.
   a) Entre 1997 et 1998, le chiffre d'affaires a augmenté de 14,2 %.
   b) Entre 2000 et 2001, l'augmentation en pourcentage du chiffre d'affaires a été la même qu'entre 1999 et 2000.
   c) Entre 1995 et 2001, l'augmentation annuelle moyenne, en pourcentage, du chiffre d'affaires a été d'environ 31,8 %.

d) On considère le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Les coordonnées du point moyen de ce nuage sont $\left(3\ ;\ 38{,}6\right)$.

On cherche maintenant à faire des prévisions sur le chiffre d'affaires pour l'année 2004 en utilisant plusieurs méthodes.

2) a) Expliquer pourquoi le nuage de points donné en annexe montre qu'un ajustement affine peut être envisagé.

b) Tracer la droite $\left(d_1\right)$ passant par M_0 et M_6 ; par lecture graphique, déterminer une prévision n_1 du chiffre d'affaires pour l'année 2004.

c) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite $\left(d_2\right)$, droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième le plus proche. En déduire une prévision n_2 du chiffre d'affaires pour 2004.

3) On remarque que les valeurs du chiffre d'affaires correspondant aux années 1999, 2000 et 2001 forment une suite géométrique ; on pose $u_0 = 49$, $u_1 = 53{,}9$ et $u_2 = 59{,}29$.

a) Calculer la raison de cette suite.

b) Calculer la valeur de u_5 pour cette suite géométrique. Comment peut-on l'interpréter ?

Annexe