

LIMITES

Fonction logarithme népérien

Fiche d'exercices

Méthode :

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)$.

f est une fonction composée de type $\ln \circ u$ avec $u(x) = 1 + \frac{2}{x}$.

Compléter :

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = \dots\dots\dots$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right) = \dots\dots\dots$; or $\lim_{X \rightarrow \dots\dots} \ln X = \dots\dots\dots$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

• $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(1 + \frac{2}{x}\right) = \dots\dots\dots$ or $\lim_{x \rightarrow \dots\dots} \ln X = \dots\dots\dots$; donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

Applications :

Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de l'intervalle de définition I :

$f(x) = 3 - \ln x$	$I =]0 ; +\infty[$	$f(x) = \ln[(x-1)(2x+3)]$	$I =]1 ; +\infty[$
$f(x) = \ln(1+x)$	$I =]-1 ; +\infty[$	$f(x) = \ln(x^2 + 3x)$	$I =]0 ; +\infty[$
$f(x) = (1-x)\ln x$	$I =]0 ; +\infty[$	$f(x) = (x-4)\ln(3-x)$	$I =]-\infty ; 3[$
$f(x) = \ln(2x-1)$	$I = \left] \frac{1}{2} ; +\infty \right[$	$f(x) = \frac{1}{\ln x}$	$I =]1 ; +\infty[$
$f(x) = \ln\left(\frac{3}{x^2+1}\right)$	$I = \mathbf{R}$	$f(x) = \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)$	$I =]-\infty ; -3[$
$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$	$I =]0 ; +\infty[$	$f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$	$I =]0 ; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$	$I =]0 ; +\infty[$	$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$	$I =]0 ; +\infty[$
$f(x) = \frac{2x}{\ln x}$	$I =]1 ; +\infty[$	$f(x) = \frac{2+x}{\ln x}$	$I =]0 ; 1[$