

PRIMITIVES

Fonction logarithme népérien

Fiche d'exercices

Méthode :

Soit f la fonction définie sur $\left] \frac{3}{2} ; +\infty \right[$ par $f(x) = \frac{3}{2x-3}$.

Si on note $u(x) = 2x - 3$, alors $u'(x) = 2$; on peut écrire $f(x) = \frac{3}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)}$.

Pour tout x de l'intervalle $\left] \frac{3}{2} ; +\infty \right[$, $2x - 3 > 0$, et la fonction f est la dérivée de la fonction

$x \mapsto \dots\dots\dots$; ainsi la fonction F définie par $F(x) = \dots\dots\dots$ est une primitive de f sur $\left] \frac{3}{2} ; +\infty \right[$.

Applications :

1) Application 1 : Donner une primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle I :

$f(x) = \frac{2}{x}$	$I =]0 ; +\infty[$	$f(x) = \frac{2}{2x+3}$	$I = \left] -\frac{3}{2} ; +\infty \right[$
$f(x) = \frac{3}{x-2}$	$I =]2 ; +\infty[$	$f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$	$I = \mathbf{R}$
$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$	$I = \mathbf{R}$	$f(x) = \frac{6}{3x+1}$	$I = \left] -\frac{1}{3} ; +\infty \right[$

2) Application 2 : Calculer la primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle I et vérifiant la condition donnée.

$f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+3}$	$I = \mathbf{R} \quad F(0) = \ln 3$	$f(x) = \frac{2}{3-x}$	$I =]-\infty ; 3[\quad F(2) = 1$
$f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$	$I = \mathbf{R} \quad F(0) = 0$	$f(x) = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{5-x}$	$I =]2 ; 5[\quad F(3) = 0$

3) Application 3 : On donne des fonctions f définies sur un intervalle I . Pour chaque fonction indiquer une formule à utiliser pour calculer une primitive, puis donner une primitive F .

$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$	$I = \mathbf{R}$	$f(x) = \frac{1}{x+3} - \frac{2}{(x+3)^2}$	$I =]-3 ; +\infty[$
$f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$	$I = \mathbf{R}$	$f(x) = 2 \times (\ln x) \times \left(\frac{1}{x}\right)$	$I =]0 ; +\infty[$

4) Application 4 : Soit g la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $I =]-4 ; 2[$ telle que $g(x) = (x+4)\ln(x+4) + (2-x)\ln(2-x)$.

On note g' la dérivée de g , calculer $g'(x)$.

En déduire la primitive F de la fonction f définie sur I par $f(x) = \ln\left(\frac{x+4}{2-x}\right)$, et telle que

$F(1) = \ln(125)$.