

EXERCICES DE PROBABILITÉ

Probabilités conditionnelles

Sujets de Bac

Exercice 1 (*Amérique du Nord, mai 2003*)

Une petite entreprise de textile commercialise des nappes et des lots de serviettes assorties. Quand un client se présente, il achète au plus une nappe et un lot de serviettes. La probabilité pour qu'un client achète une nappe est 0,2. La probabilité pour qu'un client achète le lot de serviettes quand il a acheté la nappe est 0,7 et la probabilité qu'il achète le lot de serviettes quand il n'a pas acheté la nappe est 0,1.

- 1) On note N l'événement « un client achète la nappe », et S l'événement « un client achète le lot de serviettes ».
Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
- 2) Montrer que la probabilité de l'événement $N \cap S$ est égale à 0,14.
- 3) Calculer la probabilité de l'événement S .
- 4) Calculer la probabilité pour qu'un client achète au moins l'un des deux articles.

Exercice 2 (*France, juin 2005*)

Une usine d'emballage de pommes est approvisionnée par trois producteurs. Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième.

Avant d'être emballées, les pommes sont calibrées par une machine pour les trier selon leur diamètre. Les pommes dont le diamètre est conforme aux normes en vigueur sont emballées, les autres, dites "hors calibre", sont rejetées.

Il a été constaté que :

20 % des pommes fournies par le premier producteur sont hors calibre,
5 % des pommes fournies par le second producteur sont hors calibre et
4 % des pommes fournies par le troisième producteur sont hors calibre.

Chaque jour les pommes livrées par les différents producteurs sont entreposées dans le même hangar. Pour l'étude du problème qui suit, on convient qu'elles sont bien mélangées.

Un contrôle de qualité sur les pommes est effectué de la manière suivante :

Un contrôleur choisit de manière aléatoire une pomme dans ce hangar, puis mesure son diamètre pour déterminer si elle est de "bon calibre" ou "hors calibre".

Un mercredi matin, un contrôle de qualité est effectué par le contrôleur de la manière décrite ci-dessus.

On appellera :

F_1 l'événement : "la pomme prélevée provient du premier producteur"

F_2 l'événement : "la pomme prélevée provient du deuxième producteur"

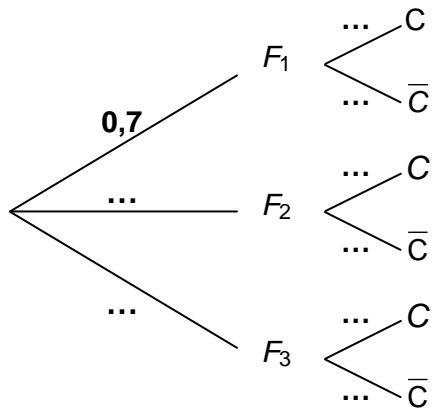
F_3 l'événement : "la pomme prélevée provient du troisième producteur"

C l'événement : "la pomme prélevée a un bon calibre"

\bar{C} l'événement : "la pomme prélevée est hors calibre".

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^4 près.

- 1) Déterminer les probabilités des événements F_2 et F_3 .
- 2) Recopier sur votre copie et compléter l'arbre suivant :



3) Justifier que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre et provienne du troisième producteur est 0,1440.

4) Montrer que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre est : 0,8465.

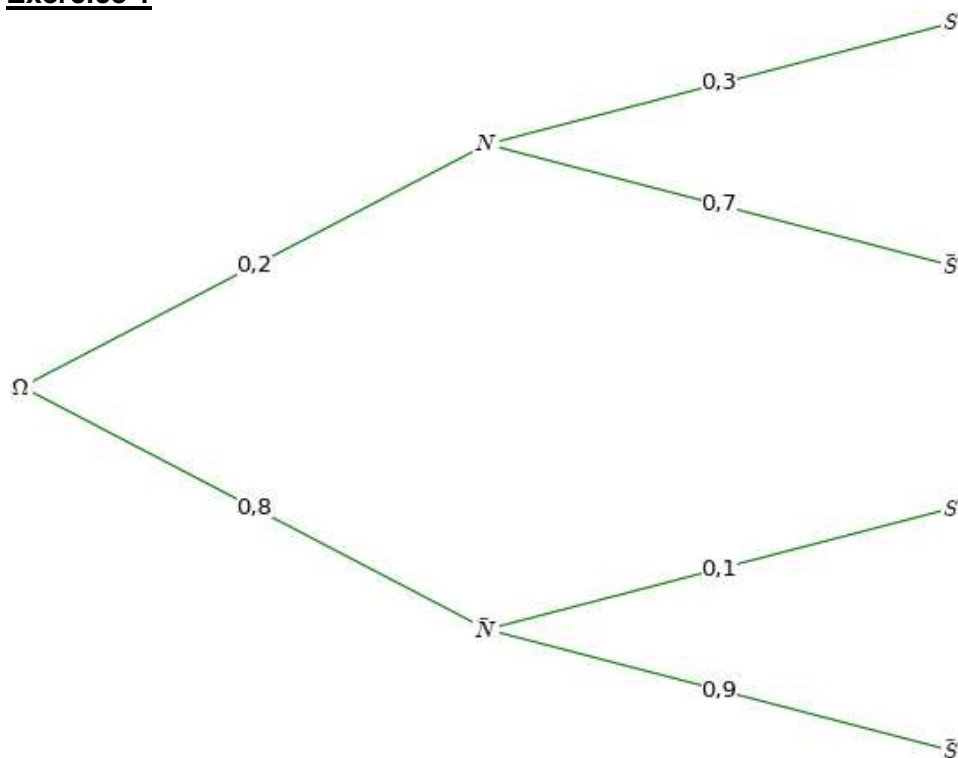
5) La pomme mesurée est hors calibre.

Le contrôleur affirme : "Cette pomme provient très probablement du premier producteur".

a) Quel calcul permet de justifier cette affirmation ?

b) Faire ce calcul et conclure.

Exercice 1



2) $p(N \cap S) = p(N) \times p_N(S) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$.

Par conséquent, **la probabilité de l'évènement $N \cap S$ est égale à 0,14.**

3) Les évènements N et \bar{N} forment une partition de l'univers Ω .

D'après la formule des probabilités totales* :

$$p(S) = p(\bar{N} \cap S) + p(N \cap S) = p(\bar{N}) \times p_{\bar{N}}(S) + p(N) \times p_N(S) = 0,8 \times 0,1 + 0,2 \times 0,7 = 0,22$$

Par conséquent, **la probabilité de l'évènement S est égale à 0,22.**

4) **La probabilité pour qu'un client achète au moins l'un des deux articles est égale à**

$$1 - p(\bar{N} \cap \bar{S}) = 1 - 0,8 \times 0,9 = 1 - 0,72 = 0,28.$$

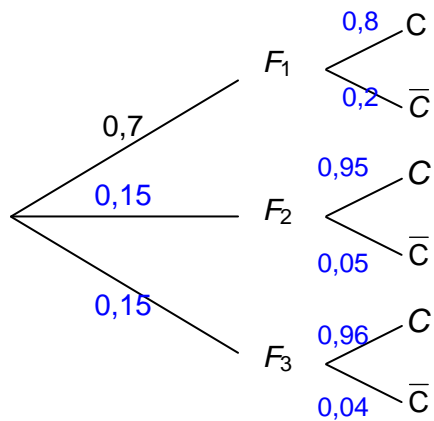
* : Dans une copie de Bac, on peut remplacer ces deux dernières lignes par « d'après l'arbre pondéré ».

Exercice 2

1) Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième. D'où, **le deuxième et troisième producteur fournissent chacun 15 % de l'approvisionnement de cette usine.**

Par conséquent, $p(F_2) = p(F_3) = \frac{15}{100} = 0,15$.

2)



3) La probabilité cherchée est $p(C \cap F_3)$.

D'où, $p(C \cap F_3) = p_{F_3}(C) \times p(F_3) = 0,96 \times 0,15 = \mathbf{0,144}$.

4) On recherche $p(C)$ dans cette question.

D'où, d'après la formule des probabilités totales, $p(C) = p(C \cap F_1) + p(C \cap F_2) + p(C \cap F_3)$.

Alors $p(C) = p_{F_1}(C) \times p(F_1) + p_{F_2}(C) \times p(F_2) + p_{F_3}(C) \times p(F_3) = 0,7 \times 0,8 + 0,15 \times 0,95 + 0,144$.

Par conséquent, $p(C) = 0,7 \times 0,8 + 0,15 \times 0,95 + 0,144 = \mathbf{0,8465}$.

5) a) Le calcul qui permet de justifier cette affirmation est $p_{\bar{C}}(F_1)$.

$$\text{b) } p_{\bar{C}}(F_1) = \frac{p(F_1 \cap \bar{C})}{p(\bar{C})} = \frac{p(F_1 \cap \bar{C})}{1 - p(C)} = \frac{0,7 \times 0,2}{1 - 0,8465} \approx \mathbf{0,9121}.$$

L'affirmation est juste car il y a environ 91 % des pommes provenant du premier fournisseur sachant qu'elles sont hors calibre.