

AJUSTEMENT AFFINE, AJUSTEMENT NON AFFINE ET SUITES

Statistiques à deux variables

Fiche d'exercices

Exercice 1 (Nouvelle-Calédonie, novembre 2008)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la facture de gaz (en milliers d'euros) d'une entreprise pour les années 2000 à 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant y_i (en milliers d'euros) de la facture de gaz	105	112	116	120	124	131	139	148

- 1) Représenter le nuage des points $M_i(x_i ; y_i)$ de cette série statistique dans un plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'euros sur l'axe des ordonnées, en commençant à 50 milliers).
- 2) On utilise un ajustement affine comme premier modèle.
 - a) Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au dixième.
 - b) Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce modèle pour l'année 2012.
- 3) Déterminer le pourcentage annuel moyen d'augmentation de cette facture entre 2000 et 2007 (arrondir à l'unité).
- 4) On envisage un second modèle pour prévoir l'évolution de cette facture ; on considère qu'à partir de 2007, la facture augmentera de 5 % chaque année.
Pour tout entier naturel n , on appelle u_n le montant (en milliers d'euros) de la facture de gaz obtenu avec ce second modèle pour l'année $2007 + n$. Ainsi, $u_0 = 148$.
 - a) Calculer u_1 .
 - b) Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05.
 - c) Exprimer u_n en fonction de n .
 - d) Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce second modèle pour l'année 2012.

Exercice 2 (Nouvelle-Calédonie, novembre 2006)

La société MERCURE vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Bénéfice en k € : y_i	64	75	100	113	125	127

- 1) a) Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal.
Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.
b) Donner les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième). Placer le point G dans le repère.
- 2) En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année.
 - a) Donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).
 - b) Tracer cette droite (D) dans le repère.
 - c) Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec cette approximation?
- 3) En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par $y = f(x)$ avec $f(x) = -2x^2 + 23x + 63$.
 - a) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
 - b) Tracer la courbe représentative (C_f) de la fonction f dans le repère de la question 1).
 - c) Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?
- 4) En réalité, le bénéfice en 2005 est en hausse de 0,9% par rapport à celui de 2004. Des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2005 ?