

Une nouvelle console de jeux est mise sur le marché. Soit x le prix unitaire en centaines d'euros de cette console.

La fonction d'offre des fournisseurs (en milliers de console) est la fonction f définie sur $]0;6]$ par $f(x) = 0,7e^{0,5x+2}$ où $f(x)$ est la quantité proposée par les fournisseurs pour un prix unitaire de x .

La fonction de demande des consommateurs (en milliers de console) est la fonction g définie sur $]0;6]$ par $g(x) = 10\ln\left(\frac{20}{x}\right)$ où $g(x)$ est la quantité demandée par les consommateurs pour un prix unitaire de x .

1. Les courbes représentatives C_f et C_g des fonctions f et g sont tracées dans le repère orthogonal fourni en annexe.
 - a. Identifier les courbes C_f et C_g sur la feuille annexe. Expliquez votre choix.
 - b. Que représente le point A d'un point de vue économique ? Lire ses coordonnées $(x_A; y_A)$ sur le graphique.

2. Pour déterminer les coordonnées de A de façon précise, on est amené à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

On pose, pour tout x appartenant à $]0;6]$, $h(x) = f(x) - g(x)$.

- a. Montrer que $h'(x) = 0,35e^{0,5x+2} + \frac{10}{x}$.
- b. Étudier le signe de la dérivée h' et en déduire le sens de variations de h .
- c. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_1 sur l'intervalle $[2; 3]$.
Déterminer alors la valeur arrondie au dixième de x_1 à l'aide de la calculatrice.
- d. En déduire le prix unitaire d'équilibre de cette console en euros et le nombre de consoles disponibles à ce prix (arrondir à la centaine).

La question 3 est indépendante de la question 2.

3. Surplus des fournisseurs

On prendra dans cette question $x_A = 2,7$ et $y_A = 20$.

- a. Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle $]0;6]$.
- b. On appelle surplus des fournisseurs le nombre $S = x_A y_A - \int_0^{x_A} f(x) dx$.
Ce nombre représente une aire.
Représenter cette aire sur le graphique de la feuille annexe.
Calculer S .