Partie 1

Soient les fonctions f et g définies sur $[0\ ;\ 9]$ par $f(x)=\dfrac{10}{1+x}-1$ et $g(x)=\dfrac{x}{2}$.

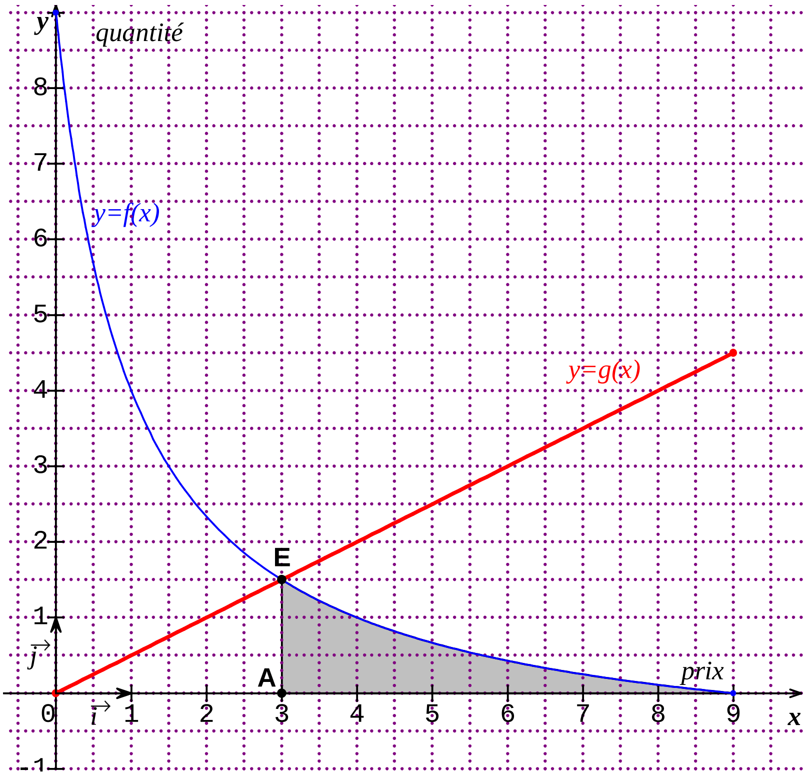
1) Résoudre algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$.

2) Calculer l'intégrale : $I=\int_3^9 f(x)\,\mathrm{d}x$; on donnera la valeur exacte de I.

Partie 2

Un produit conditionné en boîte est mis sur le marché.
On désigne par x le prix d'une boîte de ce produit en dizaines d'euros.
On admet que la quantité achetée par les consommateurs, en fonction du prix x appliqué sur le marché, est donnée par $f(x)$ en centaines de boîtes.

On admet que la quantité proposée sur le marché par les producteurs, en fonction du prix de vente x auquel les producteurs sont disposés à vendre, est donnée par $g(x)$ en centaines de boîtes.
Sur le graphique ci-dessous, sont tracées dans un repère orthonormal les courbes représentatives des fonctions f et g.



1) On pourra utiliser le graphique pour conjecturer les réponses aux questions suivantes, puis on les justifiera algébriquement.

a) Combien de boîtes seront achetées par les consommateurs si le prix de vente est de 40 euros la boîte ?

b) Lorsque l'offre est égale à la demande, le marché a atteint son équilibre.
Donner le prix d'équilibre, en euros, et le nombre de boîtes correspondant.

2) a) D'après le graphique, les producteurs étaient disposés à vendre les boîtes à un prix inférieur au prix d'équilibre.
On appelle surplus des producteurs le gain réalisé en vendant les boîtes au prix d'équilibre. Ce gain est donné en milliers d'euros par l'aire du triangle OAE
(1 unité d'aire = 1 millier d'euros). Calculer ce surplus en euros.

b) Le surplus des consommateurs est l'économie réalisée par les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. Ce surplus est donné, en milliers d'euros, par l'aire de la partie grisée du plan sur le graphique $(3 \leq x \leq 9)$.
Préciser quelle intégrale permet de calculer ce surplus et en donner l'arrondi à l'euro.