

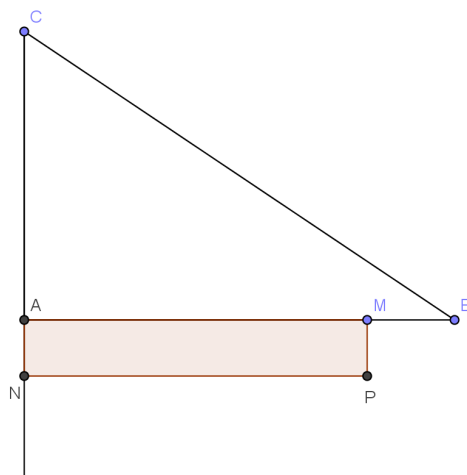
DEVOIR MAISON N° 2

Aire maximale d'un rectangle

Pour le 6 octobre 2008

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ et $AC = 4$.

Pour tout x de $[0 ; 6]$, on place le point M de $[AB]$ tel que $AM = x$ et le point N de $[CA]$ tel que $CN = x$. Soit P le point tel que $AMPN$ soit un rectangle. Le but de l'exercice est de déterminer le nombre de points M pour lesquels l'aire de ce rectangle est égale à 2 cm^2 .



Partie 1 : Utilisation du logiciel GeoGebra pour construire la figure

Étape 1

Construction des points A, B, C et M :



- On prendra des points de coordonnées fixées pour se faciliter le travail.
- Dans le champ de saisie , écrire $A=(0,0)$ puis valider par la touche **Entrée**.
- Faire de même avec les points B et C de coordonnées respectives $(6,0)$ et $(0,4)$.
- Construire les trois côtés du triangle ABC et enfin M .

Étape 2

Construction du point N :




- Construire la demi-droite $[CA)$.
- Construire le cercle de centre C et de rayon AM , puis le point N .

Étape 3

Construction du point P et du rectangle $AMPN$:





- Créer le vecteur \overline{AM} . Pour cela, vous disposez de deux méthodes : soit en utilisant l'icône , soit en écrivant $u=\text{vecteur}[A,M]$ dans le champ de saisie.
- Tracer le rectangle $AMPN$.

Étape 4

Affichage des valeurs de x et de l'aire du rectangle $AMPN$:



- Utiliser l'icône  pour l'affichage de x , et l'icône  pour l'aire.

Partie 2 : Justification mathématique

1) a) Justifier que $AN = |4 - x|$.

b) Montrer que l'aire $\mathcal{A}_b(x)$ du rectangle $AMPN$ est égale à $|x(4 - x)|$, puis que

$$\mathcal{A}_b(x) = |-(x - 2)^2 + 4|.$$

2) Soit f la fonction définie sur $[0 ; 6]$ par $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$.

a) Montrer que f est croissante sur $[0 ; 2]$, puis décroissante sur $[4 ; 6]$.

b) Construire la courbe (C_f) , représentative de la fonction f , dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

c) En déduire la représentation graphique de la fonction \mathcal{A}_b définie sur $[0 ; 6]$ par

$$\mathcal{A}_b(x) = |-(x - 2)^2 + 4|.$$

3) Déterminer graphiquement le nombre de points M , et les valeurs de x correspondantes, pour lesquels l'aire du rectangle $AMPN$ est égale à 2 cm^2 .