

DEVOIR MAISON N° 9

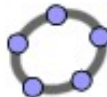

Tangentes communes à deux courbes

Pour le 28 janvier 2008

\mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 sont les courbes représentatives des fonctions $f : x \mapsto x^2$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x}$ dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

L'objectif du problème est de trouver, si elles existent, les tangentes communes à ces deux courbes.

1) a) Afin de pouvoir conjecturer la solution, réaliser une figure à l'aide du logiciel GeoGebra. Voici le protocole de construction

Étapes	
➤ Construire ces courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2	Dans le champ <input style="border: 1px solid gray; padding: 2px;" type="text" value="Saisie:"/> , entrer les expressions des deux fonctions (écrire f(x) pour la fonction exp et g(x) pour la fonction ln).
➤ Construire deux curseurs, que vous nommerez a et b	Utiliser l'icône :  Prendre un incrément égal à 0.01
➤ Construire la tangente (T_1) à \mathcal{C}_1 au point d'abscisse a.	Dans le champ <input style="border: 1px solid gray; padding: 2px;" type="text" value="Saisie:"/> , écrire $T_1 = \text{tangente}[a, f]$ ¹
➤ Construire la tangente (T_2) à \mathcal{C}_2 au point d'abscisse b ($b \neq 0$).	Adapter la procédure précédente

b) Émettre la conjecture.

2) *Justification mathématique de la conjecture.*

a) Écrire les équations réduites de (T_1) et de (T_2) .

b) Montrer alors que (T_1) et (T_2) sont confondues si, et seulement si, $2a = -\frac{1}{b^2}$ et

$$-a^2 = \frac{2}{b}.$$

c) En déduire les valeurs de a et b.

d) Répondre au problème posé.

¹ En fait, il faut faire attention à la notation que donne le logiciel à votre courbe