

VERS LE THÉORÈME DES VALEURS INTERMÉDIAIRES

Activité

Terminale S

Posons le problème suivant :

\mathcal{C}_f est la représentation graphique d'une fonction f , a et b sont deux réels du domaine de définition de f (on suppose que $a < b$).

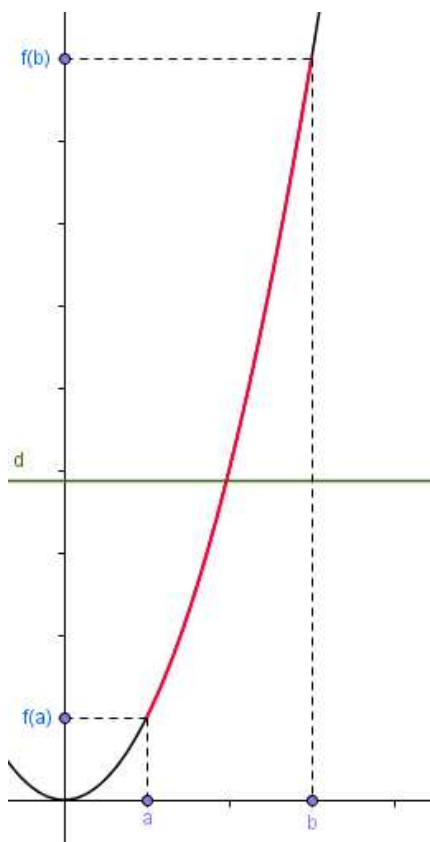
« quel que soit le réel k choisi entre $f(a)$ et $f(b)$,
existe-t-il un réel x de $[a ; b]$ tel que $f(x) = k$? »

ou, graphiquement,

« quel que soit le réel k choisi entre $f(a)$ et $f(b)$,
la droite d d'équation $y = k$ coupe-t-elle \mathcal{C}_f sur $[a ; b]$? »

1. Quelques exemples

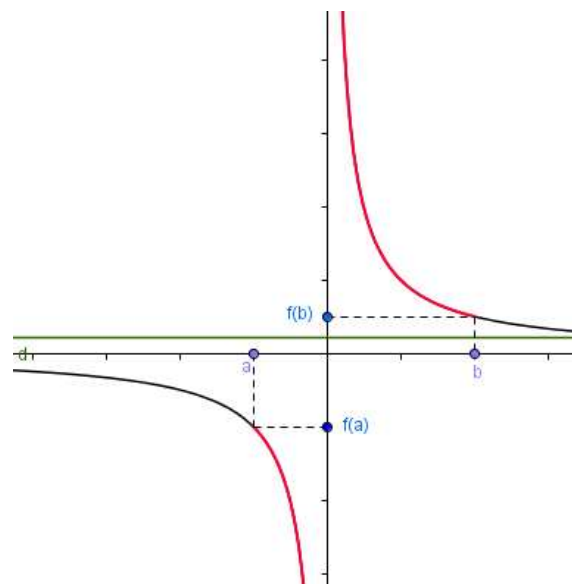
Figure 1 : $f(x) = x^2$, $a = 1$ et $b = 3$



Quel que soit le réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,

.....

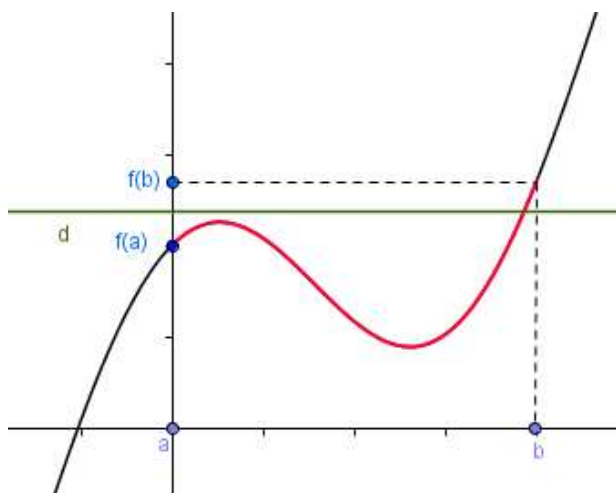
Figure 2 : $f(x) = \frac{1}{x}$, $a = -1$ et $b = 2$



Quel que soit le réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,

.....

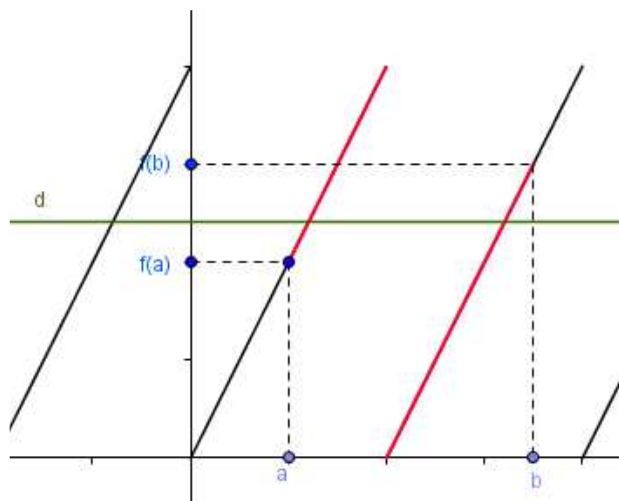
Figure 3 : $f(x) = 2\cos(x) + x$, $a = 0$ et $b = 4$



Quel que soit le réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,

.....

Figure 4 : $f(x) = 2(x - E(x))$,
 $a = 0,5$ et $b = 1,75$



Quel que soit le réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,

.....

2. Conjecture

Quelle est une condition suffisante donnée pour que la droite d coupe, dans tous les cas, au moins une fois la courbe \mathcal{C}_f ?

.....

Est-elle nécessaire ?

.....
