

DEVOIR MAISON N° 13

Géométrie dans l'espace

Pour le 26 mars 2010

On se propose dans cet exercice d'étudier des propriétés d'un solide de l'espace.

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3; 4; 0)$; $B(0; 5; 0)$ et $C(0; 0; 5)$. On note I le milieu du segment $[AB]$.

- 1) Faire une figure où l'on placera les points A , B , C et I dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- 2) Démontrer que les triangles OAC et OBC sont rectangles et isocèles.
Quelle est la nature du triangle ABC ?
- 3) Soit H le point de coordonnées $\left(\frac{15}{19}; \frac{45}{19}; \frac{45}{19}\right)$.
 - a) Démontrer que les points H , C et I sont alignés.
 - b) Démontrer que H est le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC) .
 - c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
- 4) Calculs d'aire et de volume.
 - a) Calculer l'aire du triangle OAB . En déduire le volume du tétraèdre $OABC$.
 - b) Déterminer la distance du point O au plan (ABC) .
 - c) Calculer l'aire du triangle ABC .