<u>Corollaire du théorème des valeurs intermédiaires ou théorème dit de la « bijection »</u>

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur $[a\ ;\ b]$.

Alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x)=k$ admet une solution **unique** dans $[a\ ;\ b]$.

Démonstration :

Supposons que f est continue et strictement croissante $[a\ ;\ b]$.

Soit le réel k de l'intervalle $\left[f(a)\ ;\ f(b)\right]$.

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe au moins un réel c de $[a\ ;\ b]$ tel que $f(c)=k$.

Supposons qu'il existe réel *d*, différent de *c*, tel que $f(d)=k$.

- Si $d>c$, alors $f(d)>f(c)$ car f est strictement croissante sur $[a\ ;\ b]$, et, par suite $f(d)>k$; ce qui est contradictoire avec la proposition que $f(d)=k$.
- Si $d<c$, alors $f(d)<f(c)$ car f est strictement croissante sur $[a\ ;\ b]$, et, par suite $f(d)<k$; ce qui est contradictoire avec la proposition que $f(d)=k$.

Par conséquent, il n'existe pas d'autre réel de $[a\ ;\ b]$, autre que *c*, qui vérifie l'égalité $f(x)=k$.

Le cas où f est continue et strictement décroissante sur $[a\ ;\ b]$ se traite de la même façon.