Propriété : Étant donné quatre points A, A', B et B' tels que $A \neq B$ et $A' \neq B'$, il existe une similitude directe transformant A en A' et B en B'.
Elle a pour rapport $\dfrac{A'B'}{AB}$ et pour angle $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}\right)$.

Démonstration : Si la similitude s existe, on la détermine par son écriture complexe $z' = az + b$.
On note α, α', β et β' les affixes respectives des points A, A', B et B'.
On a donc $\alpha \neq \alpha'$ et $\beta \neq \beta'$. Il s'agit donc de démontrer l'existence d'un unique couple $(a\ ;\ b)$ tel que $A' = s(A)$ et $B' = s(B)$; $(a\ ;\ b)$ est solution du système $\begin{cases} \alpha' = a\alpha + b \\ \beta' = a\beta + b \end{cases}$.

Ce système est équivalent au système $\begin{cases} (\alpha - \beta)a = \alpha' - \beta' \\ \alpha' = a\alpha + b \end{cases}$. Comme $\alpha \neq \beta$, la première équation admet une unique solution pour a, en reportant dans la deuxième équation on obtient une unique valeur pour b :
$a = \dfrac{\alpha' - \beta'}{\alpha - \beta}$ et $\mathrm{b} = \dfrac{\alpha\beta' - \alpha'\beta}{\alpha - \beta}$.
Donc $|a| = \left|\dfrac{\alpha' - \beta'}{\alpha - \beta}\right| = \dfrac{A'B'}{AB}$ et $arg\,(a) = \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{B'A'}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}\right) + \lambda \times 2\pi$ (λ entier relatif).