

Exercice donné au Bac en France en juin 2009

I. Cette question est une restitution organisée de connaissances.

On rappelle que si n et p sont deux nombres entiers naturels tels que $p \leq n$ alors

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}.$$

Démontrer que pour tout nombre entier naturel n et pour tout nombre entier naturel p tels

que $1 \leq p \leq n$ on a :
$$\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}.$$

II. Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher : 7 jetons blancs numérotés de 1 à 7 et 3 jetons noirs numérotés de 1 à 3. On tire simultanément deux jetons de ce sac.

1) a) On note A l'évènement « obtenir deux jetons blancs ».

Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égale à $\frac{7}{15}$.

b) On note B l'évènement « obtenir deux jetons portant des numéros impairs ».

Calculer la probabilité de B .

c) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

2) Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de jetons blancs obtenus lors de ce tirage simultané.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X .