

On considère la fonction  $f$ , définie sur  $[1; +\infty[$  par  $f(t) = \frac{e^t}{t}$ .

1) a) Justifier la continuité de  $f$  sur  $[1; +\infty[$ .

b) Montrer que  $f$  est croissante sur  $[1; +\infty[$ .

## 2) Restitution organisée de connaissances

On pourra raisonner en s'appuyant sur le graphique fourni.

Pour tout réel  $x_0$  de  $[1; +\infty[$ , on note  $A(x_0)$  l'aire du domaine délimité par la courbe représentant  $f$  dans un repère orthogonal, l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=x_0$ .

a) Que vaut  $A(1)$  ?

b) Soit  $x_0$  un réel quelconque de  $[1; +\infty[$  et  $h$  un réel strictement positif.

Justifier l'encadrement suivant :

$$f(x_0) \leq \frac{A(x_0 + h) - A(x_0)}{h} \leq f(x_0 + h).$$

c) Lorsque  $x_0 \geq 1$ , quel encadrement peut-on obtenir pour  $h < 0$  et tel que  $x_0 + h \geq 1$  ?

d) En déduire la dérivabilité en  $x_0$  de la fonction  $A$  ainsi que le nombre dérivé en  $x_0$  de la fonction  $A$ .

e) Conclure.

