

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle $[a ; b]$ avec $a < b$.

$$\int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx = \int_a^b (g - f)(x) dx .$$

Comme $g(x) \geq f(x)$ pour tout x de $[a ; b]$, alors $(g - f)(x) \geq 0$.

On en déduit que $\int_a^b (g - f)(x) dx \geq 0$, et par suite, $\int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx \geq 0$.

Par conséquent, **si f et g deux fonctions continues sur un intervalle $[a ; b]$ avec $a < b$**

et si, pour tout x de $[a ; b]$, $f(x) \leq g(x)$ alors $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$.