<u>Propriété</u> : Une similitude ayant deux points fixes distincts est l'identité ou une symétrie axiale.

<u>Démonstration</u> : Soit s une similitude ayant deux points fixes distincts M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2 ($z_1 \neq z_2$).

1er cas : s est une similitude directe. Alors son écriture complexe est de la forme $z' = az + b$.
M_1 et M_2 sont des points fixes, donc : $z_1 = az_1 + b$ et $z_2 = az_2 + b$.
Par différence, on a : $z_2 - z_1 = a(z_2 - z_1)$. Comme $z_1 \neq z_2$, alors $a = 1$. D'où, $b = 0$. L'écriture complexe de s est donc $z' = z$. Donc, s est l'identité.

2nd cas : s est une similitude indirecte. Alors s est la composée de la symétrie σ d'axe (M_1M_2) et d'une similitude directe s' : $s = s' \circ \sigma$ d'où $s \circ \sigma = s'$.
De plus, $s'(M_1) = M_1$ et $s'(M_2) = M_2$.
Par conséquent, s' est une similitude directe et a deux points fixes distincts ; donc s' est l'identité du plan d'après le 1er cas. Ainsi, $s = \sigma$; s est ainsi une symétrie axiale.